

# МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
«Горно-Алтайский государственный университет»  
(ФГБОУ ВО ГАГУ, ГАГУ, Горно-Алтайский государственный университет)

## Комплексный анализ рабочая программа дисциплины (модуля)

Закреплена за кафедрой **кафедра математики, физики и информатики**

Учебный план 01.03.01\_2023\_633.plx  
01.03.01 Математика  
Прикладная математика и программирование

Квалификация **бакалавр**

Форма обучения **очная**

Общая трудоемкость **6 ЗЕТ**

Часов по учебному плану	216	Виды контроля в семестрах:
в том числе:		экзамены 5
аудиторные занятия	72	зачеты 4
самостоятельная работа	97,2	
часов на контроль	43,6	

### Распределение часов дисциплины по семестрам

Семестр (<Курс>.<Семестр на курсе>)	4 (2.2)		5 (3.1)		Итого	
	Неделя		Неделя			
Вид занятий	УП	РП	УП	РП	УП	РП
Лекции	18	18	18	18	36	36
Практические	18	18	18	18	36	36
Консультации (для студента)	0,9	0,9	0,9	0,9	1,8	1,8
Контроль самостоятельной работы при проведении аттестации	0,15	0,15	0,25	0,25	0,4	0,4
Консультации перед экзаменом			1	1	1	1
Итого ауд.	36	36	36	36	72	72
Контактная работа	37,05	37,05	38,15	38,15	75,2	75,2
Сам. работа	62,1	62,1	35,1	35,1	97,2	97,2
Часы на контроль	8,85	8,85	34,75	34,75	43,6	43,6
Итого	108	108	108	108	216	216

Программу составил(и):

*К.ф.-м.н., доцент, Раенко Елена Александровна*

Рабочая программа дисциплины

**Комплексный анализ**

разработана в соответствии с ФГОС:

Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01 Математика (приказ Минобрнауки России от 10.01.2018 г. № 8)

составлена на основании учебного плана:

01.03.01 Математика

утвержденного учёным советом вуза от 26.12.2022 протокол № 12.

Рабочая программа утверждена на заседании кафедры

**кафедра математики, физики и информатики**

Протокол от 09.03.2022 протокол № 9

Зав. кафедрой Богданова Рада Александровна

---

---

**Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году**

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2023-2024 учебном году на заседании кафедры **кафедра математики, физики и информатики**

Протокол от 11.04 2023 г. № 8  
Зав. кафедрой Богданова Рада Александровна

---

---

**Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году**

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2024-2025 учебном году на заседании кафедры **кафедра математики, физики и информатики**

Протокол от \_\_\_\_\_ 2024 г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой Богданова Рада Александровна

---

---

**Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году**

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2025-2026 учебном году на заседании кафедры **кафедра математики, физики и информатики**

Протокол от \_\_\_\_\_ 2025 г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой Богданова Рада Александровна

---

---

**Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году**

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2026-2027 учебном году на заседании кафедры **кафедра математики, физики и информатики**

Протокол от \_\_\_\_\_ 2026 г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой Богданова Рада Александровна

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ	
1.1	<i>Цели:</i> целью изучения дисциплины является теоретическая и практическая подготовка студентов по основам комплексного анализа; ознакомление с основными понятиями и методами комплексного анализа; формирование у студентов составляющей математической культуры.
1.2	<i>Задачи:</i> - подготовка студентов для научной и практической деятельности в области комплексного анализа; - создание теоретической базы для применения студентами комплексного анализа при решении прикладных задач; - совершенствование навыков математического и логического мышления.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП	
Цикл (раздел) ООП:	Б1.О
<b>2.1</b>	<b>Требования к предварительной подготовке обучающегося:</b>
2.1.1	Знать основные понятия, определения и теоремы математического анализа
<b>2.2</b>	<b>Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:</b>
2.2.1	Квазиконформные отображения и их обобщения

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)	
<b>УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач</b>	
<b>ИД-1.УК-1: Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие, осуществляет декомпозицию задачи</b>	
Умеет анализировать задачу, выделять главную составляющую. Разбивать задачу на более мелкие подзадачи, т.е. выполнять декомпозицию	
<b>ИД-2.УК-1: Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи</b>	
имеет навыки поиска и критического анализа информации, которая необходима для решения поставленной задачи	
<b>ИД-3.УК-1: Рассматривает возможные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки</b>	
Владеет навыками решения поставленной задачи разными методами. Умеет оценивать достоинства и недостатки каждого из используемых методов и методик	
<b>ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности</b>	
<b>ИД-1.ОПК-1: Знает основные понятия, определения, свойства математических объектов, формулировки и методы доказательств математических утверждений</b>	
Знает основные определения, понятия и свойства математических объектов в области дисциплины комплексный анализ. Знает формулировки и методы доказательств основных терем комплексного анализа	
<b>ИД-2.ОПК-1: Умеет доказывать утверждения, решать задачи в области математических наук</b>	
Умеет доказывать необходимые для решения задачи утверждения. Решать задачи в области комплексного переменного	

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)							
Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Компетенции	Литература	Инте ракт.	Примечание
	<b>Раздел 1. Комплексные числа</b>						
1.1	Определение комплексных чисел и основные операции над ними. Геометрическое изображение комплексных чисел. Тригонометрическая форма комплексного числа. Показательная форма комплексного числа. /Лек/	4	1	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.2 Л1.3Л2.1	0	
	<b>Раздел 2. Предел</b>						

2.1	Предел последовательности. Критерий Коши существования предела. Функции комплексного переменного. Кривая Жордана. /Лек/	4	1	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1	0	
<b>Раздел 3. Стереографическая проекция</b>							
3.1	Стереографическая проекция. Сфера Римана. Расширенная комплексная плоскость. Биполярные координаты на расширенной комплексной плоскости. /Лек/	4	1	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1	0	
<b>Раздел 4. Числовые и функциональные ряды</b>							
4.1	Числовые и функциональные ряды. Равномерная сходимость. /Лек/	4	1	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1	0	
<b>Раздел 5. Степенные ряды</b>							
5.1	Степенные ряды. Первая теорема Абеля. Радиус сходимости и его нахождение. Теорема Коши-Адамара. /Лек/	4	1	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1	0	
<b>Раздел 6. Дифференцирование ФКП</b>							
6.1	Дифференцирование функций комплексного переменного. Условия Коши-Римана. Оператор Коши-Римана. /Лек/	4	1	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1	0	
<b>Раздел 7. Аналитические функции</b>							
7.1	Определение аналитической функции. Аналитичность суммы степенного ряда. /Лек/	4	1	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1	0	
<b>Раздел 8. Элементарные функции КП</b>							
8.1	Некоторые элементарные функции. Обращение функций комплексного переменного. /Лек/	4	1	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1	0	
<b>Раздел 9. Геометрический смысл модуля и аргумента производной ФКП</b>							
9.1	Геометрический смысл модуля и аргумента производной аналитической функции. /Лек/	4	1	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1	0	
<b>Раздел 10. Конформные отображения</b>							

10.1	Конформные отображения. Конформность отображения, осуществляемого однолистной аналитической функцией. /Лек/	4	2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1	2	
<b>Раздел 11. Не однолистные функции</b>							
11.1	Области однолиственности и обращения степенной и экспоненциальной функций. Точки ветвления. Римановы поверхности корня натуральной степени и логарифма. /Лек/	4	1	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1	0	
<b>Раздел 12. Дробно-линейные отображения</b>							
12.1	Основные свойства дробно-линейных отображений. Группа $PSL(2, C)$ . Круговое свойство. Инвариантность ангармонического отношения четырех точек. Неподвижные точки. Изометрические окружности. Классификация дробно-линейных отображений. /Лек/	4	2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1	2	
<b>Раздел 13. Симметрия</b>							
13.1	Симметрия относительно прямой и окружности. /Лек/	4	2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1	2	
<b>Раздел 14. Комплексные числа (практика)</b>							
14.1	Комплексные числа и действия над ними. /Пр/	4	2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1	0	Тест Индивидуальная работа студента Контрольная работа
<b>Раздел 15. Стереографическая проекция (практика)</b>							
15.1	Стереографическая проекция. Области в комплексной плоскости. Кривые в комплексной плоскости /Пр/	4	2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1	0	Тест Индивидуальная работа студента Контрольная работа
<b>Раздел 16. расширенная комплексная плоскость</b>							
16.1	Расширенная комплексная плоскость /Пр/	4	1	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1	0	
<b>Раздел 17. ФКП (практика)</b>							
17.1	Функция комплексного переменного. /Пр/	4	1	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1	0	Тест Индивидуальная работа студента Контрольная работа
<b>Раздел 18. Числовые последовательности (практика)</b>							

18.1	Предел последовательности, числовые последовательности. /Пр/	4	1	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1	0	Тест Индивидуальная работа студента Контрольная работа
<b>Раздел 19. Дифференцирование ФПК (практика)</b>							
19.1	Производная функций комплексного аргумента. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. /Пр/	4	2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1	0	Тест Индивидуальная работа студента Контрольная работа
<b>Раздел 20. Конформные отображения (практика)</b>							
20.1	Конформные отображения. /Пр/	4	2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1	0	Тест Индивидуальная работа студента Контрольная работа
<b>Раздел 21. Гармонические функции. Восстановление аналитической функции (практика)</b>							
21.1	Восстановление аналитической функции по ее действительной или мнимой части. /Пр/	4	2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1	0	Тест Индивидуальная работа студента Контрольная работа
<b>Раздел 22. Дробно-линейные функции (практика)</b>							
22.1	Дробно-линейная функция. /Пр/	4	4	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1	0	Тест Индивидуальная работа студента Контрольная работа
<b>Раздел 23. Конформные отображения (практика)</b>							
23.1	Примеры конформных отображений, даваемых элементарными функциями. /Пр/	4	1	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1	0	Тест Индивидуальная работа студента Контрольная работа
<b>Раздел 24. Дробно-линейные отображения (лекция)</b>							
24.1	Дробно-линейные отображения верхней полуплоскости и круга на круг. /Лек/	4	2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1	0	
<b>Раздел 25. Интегрирование ФКП</b>							
25.1	Интеграл от функции комплексного переменного. /Лек/	5	2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1	2	
<b>Раздел 26. Теорема Коши</b>							

26.1	Теорема Коши. Интегральная формула Коши. /Лек/	5	2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1	0	
<b>Раздел 27. Ряд Тейлора</b>							
27.1	Разложение функции в ряд Тейлора. Теорема единственности. Нули аналитической функции. Аналитическое продолжение. /Лек/	5	2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1	2	
<b>Раздел 28. Ряды Лорана</b>							
28.1	Ряд Лорана. /Лек/	5	2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1	0	
<b>Раздел 29. Особые точки</b>							
29.1	Особые точки аналитической функции. /Лек/	5	2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1	0	
<b>Раздел 30. Аналитическая функция в бесконечности</b>							
30.1	Поведение аналитической функции в бесконечности. /Лек/	5	2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1	0	
<b>Раздел 31. Теория вычетов</b>							
31.1	Вычисление вычетов. /Лек/	5	2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1	2	
<b>Раздел 32. Применение вычетов к вычислению интегралов</b>							
32.1	Вычисление интегралов с помощью вычетов. /Лек/	5	2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1	0	
<b>Раздел 33. Применение вычетов</b>							
33.1	Применение вычетов. /Лек/	5	2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1	2	
<b>Раздел 34. интегральная функция Коши (практика)</b>							



34.1	Теорема Коши. Интегральная формула Коши. /Пр/	5	2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1	0	Тест Индивидуальная работа студента Контрольная работа
<b>Раздел 35. Ряды Тейлора (практика)</b>							
35.1	Интегрирование функции комплексного переменного по кривой. /Пр/	5	2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1	0	Тест Индивидуальная работа студента Контрольная работа
35.2	Разложение функции в ряд Тейлора. /Пр/	5	2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1	0	Тест Индивидуальная работа студента Контрольная работа
<b>Раздел 36. Аналитическое продолжение (практика)</b>							
36.1	Теорема единственности. Нули аналитической функции. Аналитическое продолжение. /Пр/	5	2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1	0	Тест Индивидуальная работа студента Контрольная работа
<b>Раздел 37. Ряд Лорана (практика)</b>							
37.1	Особые точки аналитической функции. Разложение функции в ряд Лорана. /Пр/	5	2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1	0	Тест Индивидуальная работа студента Контрольная работа
<b>Раздел 38. Изолированные особые точки (практика)</b>							
38.1	Изолированные особые точки. /Пр/	5	1	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1	0	Тест Индивидуальная работа студента Контрольная работа
<b>Раздел 39. Поведение ФКП в бесконечности (практика)</b>							
39.1	Поведение аналитической функции в бесконечности. /Пр/	5	1	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1	0	Тест Индивидуальная работа студента Контрольная работа
<b>Раздел 40. Вычеты (практика)</b>							
40.1	Вычеты. /Пр/	5	2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1	0	Тест Индивидуальная работа студента Контрольная работа
<b>Раздел 41. Вычеты (практика)</b>							
41.1	Вычисление вычета в простом полюсе. Вычисление вычета в кратном полюсе. /Пр/	5	2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1	0	Тест Индивидуальная работа студента Контрольная работа

	<b>Раздел 42. Приложение вычетов (практика)</b>						
42.1	Теорема о вычетах. Приложения вычетов /Пр/	5	2	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1	0	Тест Индивидуальная работа студента Контрольная работа
	<b>Раздел 43. Комплексные числа. Числовые ряды ФКП (СР)</b>						
43.1	Комплексные числа. Ряды комплексных чисел. /Ср/	4	36	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1	0	
	<b>Раздел 44. Аналитические функции Конформные отображения (СР)</b>						
44.1	Аналитические функции. Дробно-линейные отображения. /Ср/	4	26,1	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1	0	
	<b>Раздел 45. Промежуточная аттестация (зачёт)</b>						
45.1	Подготовка к зачёту /Зачёт/	4	8,85	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1		0	Примерные вопросы к зачету ИРС
45.2	Контактная работа /КСРАтг/	4	0,15	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1		0	
	<b>Раздел 46. Консультации</b>						
46.1	Консультация по дисциплине /Конс/	4	0,9	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1		0	
	<b>Раздел 47. Интеграл от функции комплексного переменного. Аналитические функции (СР)</b>						
47.1	Интеграл от функции комплексного переменного. Аналитические функции. /Ср/	5	10	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1	0	
	<b>Раздел 48. Ряды Тейлора, Лорана (СР)</b>						
48.1	Ряды Тейлора, Лорана /Ср/	5	15,1	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1	0	
	<b>Раздел 49. Вычеты (СР)</b>						

49.1	Вычеты /Ср/	5	10	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1	Л1.1 Л1.2 Л1.3 Л1.4Л2.1	0	
<b>Раздел 50. Промежуточная аттестация (экзамен)</b>							
50.1	Подготовка к экзамену /Экзамен/	5	34,75	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1		0	Примерные вопросы к экзамену
50.2	Контроль СР /КСРАТТ/	5	0,25	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1		0	
50.3	Контактная работа /КонсЭж/	5	1	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1		0	
<b>Раздел 51. Консультации</b>							
51.1	Консультация по дисциплине /Конс/	5	0,9	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1		0	

## 5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

### 5.1. Пояснительная записка

1. Назначение фонда оценочных средств. Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу дисциплины Комплексный анализ

2. Фонд оценочных средств включает контрольные материалы для проведения текущего контроля в форме вопросов к зачету и экзамену, а также контрольные работы, ИРСы, вопросы к коллоквиуму и темы рефератов.

### 5.2. Оценочные средства для текущего контроля

Оценочные средства для текущего контроля приведены в Приложении №1

### 5.3. Темы письменных работ (эссе, рефераты, курсовые работы и др.)

тематика рефератов

4 семестр

1. Неподвижные точки дробно-линейных преобразований.
2. Принципы конформных отображений.
3. Геометрический смысл операций над комплексными числами.
4. Поверхность Римана.
5. Функция Жуковского.

5 семестр

1. Применение интегральной формулы Коши.
2. Аналитическое продолжение некоторых функций.
3. Логарифмический вычет и его применение

Критерии оценки:

"Отлично": - студент знает содержание реферата и может отвечать на вопросы по тексту реферата без предварительной подготовки.

"Хорошо": - студент знает содержание реферата и может отвечать на вопросы по тексту реферата

"Удовлетворительно": - студент может отвечать на вопросы, используя текст реферата

"Неудовлетворительно": - студент не знает содержание реферата или реферат не предоставлен

### 5.4. Оценочные средства для промежуточной аттестации

Оценочные средства для промежуточной аттестации приведены в Приложении №1

## 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### 6.1. Рекомендуемая литература

#### 6.1.1. Основная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Эл. адрес
Л1.1	Чуешев В.В., Чушева Н.А.	Справочное пособие по теории функций комплексного переменного: учебное пособие для студентов ФМФ	Горно-Алтайск: РИО ГАГУ, 2009	
Л1.2	Минькова Р.М.	Функции комплексного переменного в примерах и задачах: учебное пособие	Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2014	<a href="http://www.iprbookshop.ru/68509">http://www.iprbookshop.ru/68509</a>
Л1.3	Ткаченко С.В., Седых И.А., Митина О.А.	Задания для мониторинга знаний студентов по теории функций комплексного переменного: учебное пособие	Липецк: Липецкий государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2016	<a href="http://www.iprbookshop.ru/64866.html">http://www.iprbookshop.ru/64866.html</a>
Л1.4	Бренерман М.Х.	Комплексный анализ: учебное пособие	Казань: Казанский национальный исследовательский технологический университет, 2016	<a href="http://www.iprbookshop.ru/61978.html">http://www.iprbookshop.ru/61978.html</a>

#### 6.1.2. Дополнительная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Эл. адрес
Л2.1	Зверович Э.И.	Вещественный и комплексный анализ. Часть 6. Теория аналитических функций комплексного переменного: учебное пособие	Минск: Вышэйшая школа, 2008	<a href="http://www.iprbookshop.ru/20066.html">http://www.iprbookshop.ru/20066.html</a>

### 6.3.1 Перечень программного обеспечения

6.3.1.1	7-Zip
6.3.1.2	
6.3.1.3	Adobe Reader
6.3.1.4	CDBurnerXP
6.3.1.5	Far Manager
6.3.1.6	Firefox
6.3.1.7	Foxit Reader
6.3.1.8	Google Chrome
6.3.1.9	Internet Explorer/ Edge
6.3.1.10	Kaspersky Endpoint Security для бизнеса СТАНДАРТНЫЙ
6.3.1.11	MS Office
6.3.1.12	MS WINDOWS
6.3.1.13	Paint.NET
6.3.1.14	VLC media player
6.3.1.15	XnView

6.3.1.16	Яндекс.Браузер
6.3.1.17	LibreOffice
6.3.1.18	MikTex
6.3.1.19	Moodle
6.3.1.20	STDU Viewer
6.3.1.21	TeXnicCenter
6.3.1.22	WinDjView
6.3.1.23	NVDA
<b>6.3.2 Перечень информационных справочных систем</b>	
6.3.2.1	База данных «Электронная библиотека Горно-Алтайского государственного университета»
6.3.2.2	Электронно-библиотечная система IPRbooks
6.3.2.3	Межвузовская электронная библиотека

<b>7. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ</b>	
	проблемная лекция

<b>8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)</b>		
Номер аудитории	Назначение	Основное оснащение
222 Б1	Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	Рабочее место преподавателя. Посадочные места обучающихся (по количеству обучающихся). Переносной проектор, ноутбук, экран
211 Б1	Компьютерный класс. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. Помещение для самостоятельной работы	Рабочее место преподавателя. Посадочные места обучающихся (по количеству обучающихся), компьютеры с доступом к Интернет
207 Б1	Лекционная аудитория. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	Ученическая доска, проектор, экран, системный блок, посадочные места обучающихся (по количеству обучающихся), рабочее место преподавателя

<b>9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)</b>
<p>Методические указания по освоению дисциплин (модулей)</p> <p>Лекции, с одной стороны – это одна из основных форм учебных занятий в высших учебных заведениях, представляющая собой систематическое, последовательное устное изложение преподавателем определенного раздела конкретной науки или учебной дисциплины, с другой – это особая форма самостоятельной работы с учебным материалом. Лекция не заменяет собой книгу, она только подталкивает к ней, раскрывая тему, проблему, выделяя главное, существенное, на что следует обратить внимание, указывает пути, которым нужно следовать, добиваясь глубокого понимания поставленной проблемы, а не общей картины.</p> <p>Работа на лекции – это сложный процесс, который включает в себя такие элементы как слушание, осмысление и собственно конспектирование. Для того, чтобы лекция выполнила свое назначение, важно подготовиться к ней и ее записи</p>

еще до прихода преподавателя в аудиторию. Без этого дальнейшее восприятие лекции становится сложным. Лекция в университете рассчитана на подготовленную аудиторию. Преподаватель излагает любой вопрос, ориентируясь на те знания, которые должны быть у студентов, усвоивших материал всех предыдущих лекций. Важно научиться слушать преподавателя во время лекции, поддерживать непрерывное внимание к выступающему.

Однако, одного слушания недостаточно. Необходимо фиксировать, записывать тот поток информации, который сообщается во время лекции – научиться вести конспект лекции, где формулировались бы наиболее важные моменты, основные положения, излагаемые лектором. Для ведения конспекта лекции следует использовать тетрадь. Ведение конспекта на листочках не рекомендуется, поскольку они не так удобны в использовании и часто теряются. При оформлении конспекта лекции необходимо оставлять поля, где студент может записать свои собственные мысли, возникающие параллельно с мыслями, высказанными лектором, а также вопросы, которые могут возникнуть в процессе слушания, чтобы получить на них ответы при самостоятельной проработке материала лекции, при изучении рекомендованной литературы или непосредственно у преподавателя в конце лекции. Составляя конспект лекции, следует оставлять значительный интервал между строчками. Это связано с тем, что иногда возникает необходимость вписать в первоначальный текст лекции одну или несколько строчек, имеющих принципиальное значение и почерпнутых из других источников. Расстояние между строками необходимо также для подчеркивания слов или целых групп слов (такое подчеркивание вызывается необходимостью привлечь внимание к данному месту в тексте при повторном чтении). Обычно подчеркивают определения, выводы.

Также важно полностью без всяких изменений вносить в тетрадь схемы, таблицы, чертежи и т.п., если они предполагаются в лекции. Для того, чтобы совместить механическую запись с почти дословным фиксированием наиболее важных положений, можно использовать системы условных сокращений. В первую очередь сокращаются длинные слова и те, что повторяются в речи лектора чаще всего. При этом само сокращение должно быть по возможности кратким.

Семинарские (практические) занятия Самостоятельная работа студентов по подготовке к семинарскому (практическому) занятию должна начинаться с ознакомления с планом семинарского (практического) занятия, который включает в себя вопросы, выносимые на обсуждение, рекомендации по подготовке к семинару (практическому занятию), рекомендуемую литературу к теме. Изучение материала следует начать с просмотра конспектов лекций. Восстановив в памяти материал, студент приводит в систему основные положения темы, вопросы темы, выделяя в ней главное и новое, на что обращалось внимание в лекции. Затем следует внимательно прочитать соответствующую главу учебника.

Для более углубленного изучения вопросов рекомендуется конспектирование основной и дополнительной литературы. Читая рекомендованную литературу, не стоит пассивно принимать к сведению все написанное, следует анализировать текст, думать над ним, этому способствуют записи по ходу чтения, которые превращают чтение в процесс. Записи могут вестись в различной форме: развернутых и простых планов, выписок (тезисов), аннотаций и конспектов.

Подобрав, отработав материал и усвоив его, студент должен начать непосредственную подготовку своего выступления на семинарском (практическом) занятии для чего следует продумать, как ответить на каждый вопрос темы.

По каждому вопросу плана занятий необходимо подготовиться к устному сообщению (5-10 мин.), быть готовым принять участие в обсуждении и дополнении докладов и сообщений (до 5 мин.).

Выступление на семинарском (практическом) занятии должно удовлетворять следующим требованиям: в нем излагаются теоретические подходы к рассматриваемому вопросу, дается анализ принципов, законов, понятий и категорий; теоретические положения подкрепляются фактами, примерами, выступление должно быть аргументированным.

Лабораторные работы являются основными видами учебных занятий, направленными на экспериментальное (практическое) подтверждение теоретических положений и формирование общепрофессиональных и профессиональных компетенций. Они составляют важную часть теоретической и профессиональной практической подготовки.

В процессе лабораторной работы как вида учебного занятия студенты выполняют одно или несколько заданий под руководством преподавателя в соответствии с изучаемым содержанием учебного материала.

При выполнении обучающимися лабораторных работ значимым компонентом становятся практические задания с использованием компьютерной техники, лабораторно - приборного оборудования и др. Выполнение студентами лабораторных работ проводится с целью: формирования умений, практического опыта (в соответствии с требованиями к результатам освоения дисциплины, и на основании перечня формируемых компетенций, установленными рабочей программой дисциплины), обобщения, систематизации, углубления, закрепления полученных теоретических знаний, совершенствования умений применять полученные знания на практике.

Состав заданий для лабораторной работы должен быть спланирован с расчетом, чтобы за отведенное время они могли быть выполнены качественно большинством студентов.

При планировании лабораторных работ следует учитывать, что в ходе выполнения заданий у студентов формируются умения и практический опыт работы с различными приборами, установками, лабораторным оборудованием, аппаратурой, программами и др., которые могут составлять часть профессиональной практической подготовки, а также исследовательские умения (наблюдать, сравнивать, анализировать, устанавливать зависимости, делать выводы и обобщения, самостоятельно вести исследование, оформлять результаты).

Выполнению лабораторных работ предшествует проверка знаний студентов - их теоретической готовности к выполнению задания.

Формы организации студентов при проведении лабораторных работ: фронтальная, групповая и индивидуальная. При фронтальной форме организации занятий все студенты выполняют одновременно одну и ту же работу. При групповой форме организации занятий одна и та же работа выполняется группами по 2 - 5 человек. При индивидуальной форме организации занятий каждый студент выполняет индивидуальное задание.

Текущий контроль учебных достижений по результатам выполнения лабораторных работ проводится в соответствии с системой оценивания (рейтинговой, накопительной и др.), а также формами и методами (как традиционными, так и инновационными, включая компьютерные технологии), указанными в рабочей программе дисциплины (модуля). Текущий контроль проводится в пределах учебного времени, отведенного рабочим учебным планом на освоение дисциплины, результаты заносятся в журнал учебных занятий.

Объем времени, отводимый на выполнение лабораторных работ, планируется в соответствии с учебным планом ОПОП.

Перечень лабораторных работ в РПД, а также количество часов на их проведение должны обеспечивать реализацию требований к знаниям, умениям и практическому опыту студента по дисциплине (модулю) соответствующей ОПОП. Самостоятельная работа обучающихся – это планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Объем самостоятельной работы определяется учебным планом основной профессиональной образовательной программы (ОПОП), рабочей программой дисциплины (модуля).

Самостоятельная работа организуется и проводится с целью формирования компетенций, понимаемых как способность применять знания, умения и личностные качества для успешной практической деятельности, в том числе:

- формирования умений по поиску и использованию нормативной, правовой, справочной и специальной литературы, а также других источников информации;
- качественного освоения и систематизации полученных теоретических знаний, их углубления и расширения по применению на уровне межпредметных связей;
- формирования умения применять полученные знания на практике (в профессиональной деятельности) и закрепления практических умений обучающихся;
- развития познавательных способностей, формирования самостоятельности мышления обучающихся;
- совершенствования речевых способностей обучающихся;
- формирования необходимого уровня мотивации обучающихся к систематической работе для получения знаний, умений и владений в период учебного семестра, активности обучающихся, творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования способностей к саморазвитию (самопознанию, самоопределению, самообразованию, самосовершенствованию, самореализации и саморегуляции);
- развития научно-исследовательских навыков;
- развития навыков межличностных отношений.

К самостоятельной работе по дисциплине (модулю) относятся: проработка теоретического материала дисциплины (модуля); подготовка к семинарским и практическим занятиям, в т.ч. подготовка к текущему контролю успеваемости обучающихся (текущая аттестация); подготовка к лабораторным работам; подготовка к промежуточной аттестации (зачётам, экзаменам).

Виды, формы и объемы самостоятельной работы обучающихся при изучении дисциплины (модуля) определяются:

- содержанием компетенций, формируемых дисциплиной (модулем);
- спецификой дисциплины (модуля), применяемыми образовательными технологиями;
- трудоемкостью СР, предусмотренной учебным планом;
- уровнем высшего образования (бакалавриат, специалитет, магистратура, аспирантура), на котором реализуется ОПОП;
- степенью подготовленности обучающихся.

Курсовая работа является самостоятельным творческим письменным научным видом деятельности студента по разработке конкретной темы. Она отражает приобретенные студентом теоретические знания и практические навыки. Курсовая работа выполняется студентом самостоятельно под руководством преподавателя.

Курсовая работа, наряду с экзаменами и зачетами, является одной из форм контроля (аттестации), позволяющей определить степень подготовленности будущего специалиста. Курсовые работы защищаются студентами по окончании изучения указанных дисциплин, определенных учебным планом.

Оформление работы должно соответствовать требованиям. Объем курсовой работы: 25–30 страниц. Список литературы и Приложения в объем работы не входят. Курсовая работа должна содержать: титульный лист, содержание, введение, основную часть, заключение, список литературы, приложение (при необходимости). Курсовая работа подлежит рецензированию руководителем курсовой работы. Рецензия является официальным документом и прикладывается к курсовой работе.

Тематика курсовых работ разрабатывается в соответствии с учебным планом. Руководитель курсовой работы лишь помогает студенту определить основные направления работы, очертить её контуры, указывает те источники, на которые следует обратить главное внимание, разъясняет, где отыскать необходимые книги.

Составленный список источников научной информации, подлежащий изучению, следует показать руководителю курсовой работы.

Курсовая работа состоит из глав и параграфов. Вне зависимости от решаемых задач и выбранных подходов структура работы должна содержать: титульный лист, содержание, введение, основную часть; заключение; список литературы; приложение(я).

Во введении необходимо отразить: актуальность; объект; предмет; цель; задачи; методы исследования; структура работы.

Основную часть работы рекомендуется разделить на 2 главы, каждая из которых должна включать от двух до четырех параграфов.

Содержание глав и их структура зависит от темы и анализируемого материала.

Первая глава должна иметь обзорно-аналитический характер и, как правило, является теоретической.

Вторая глава по большей части раскрывает насколько это возможно предмет исследования. В ней приводятся практические данные по проблематике темы исследования.

Выводы оформляются в виде некоторого количества пронумерованных абзацев, что придает необходимую стройность изложению изученного материала. В них подводятся итог проведённой работы, непосредственно выводы, вытекающие из всей работы и соответствующие выявленным проблемам, поставленным во введении задачам работы; указывается, с какими трудностями пришлось столкнуться в ходе исследования.

Правила написания и оформления курсовой работы регламентируются Положением о курсовой работе (проекте), утвержденным решением Ученого совета ФГБОУ ВО ГАГУ от 27 апреля 2017 г.





## ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

Индивидуальные задания - это задания на самостоятельное решение задач по курсу "Комплексный анализ в отличие от контрольной работы, выполняемой на практическом занятии. При выполнении индивидуального задания студент может использовать любую справочную литературу, в том числе, в электронном виде.

### Критерии оценки индивидуальных заданий:

Оценка ОТЛИЧНО выставляется студенту, если:

- все задания индивидуальной работы решены верно и полностью;
- студент может провести защиту каждого задания у доски, не используя решение;
- студент может объяснить все методы и приемы, используемые в решении, знает теоретические предпосылки всех методов и приемов;

Оценка ХОРОШО выставляется студенту, если:

- все задания индивидуальной работы решены верно или в некоторых заданиях работы допущены негрубые вычислительные ошибки при правильно выбранном методе;
- студент может провести защиту каждого задания с использованием решения у доски или за партой;
- студент знает методы и приемы, используемые в решении, демонстрирует основы теоретических обоснований методов и приемов.

Оценка УДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО выставляется студенту, если:

- решено не менее 65% всех заданий индивидуальной работы;
- студент знает и понимает методы и приемы решения заданий;
- студент знает формулировки основных теорем, на которых основываются методы и приемы решения заданий;

Оценка НЕУДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО выставляется студенту, если:

- решено менее 65% заданий работы;
- студент не обнаруживает знание и понимание используемых им при решении заданий методов и приемов;
- студент не знает (не понимает) теоретические основы методов и приемов.

### Вариант 1.

1. Исследовать на сходимость

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{\cos(2n-1)}{n^2} + i \frac{(-1)^{n+1}}{n^3 \sqrt{n}} \right) \quad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{n+i}}{n!}$$

2. Найти круг сходимости

$$\text{a) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{n^2} \quad \text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z+5)^{2n-1}}{2n \cdot 4^n}$$

3. Вычислить

$$\text{a) } \sqrt[4]{-1 + i\sqrt{3}} \quad \text{b) } 3^{\sqrt{3}i}$$

4. Изобразить на плоскости множество точек:

a)  $Re(1 + z) = |z|$

b)  $\frac{\pi}{4} < arg \frac{z+1}{z-1} < \frac{\pi}{2}$

5. Восстановить аналитическую функцию по ее мнимой части  $v = x^2 - y^2 + xy$ .

6. Выяснить геометрический смысл:  $|z - 1| > 3|z - 3|$ .

7. Найти образ области  $|z| < 1$  при отображении  $\omega = \frac{z+i}{z-i}$ .

**Вариант 2.**

1. Исследовать на сходимость

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{3^n} + i \frac{5}{2^n} \right)$

b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{n} + \frac{i}{n^3} \right)$

2. Найти круг сходимости

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2(z-i)^n}{(3i)^n}$

b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^{2n-1}}{2n \cdot 3^n}$

3. Вычислить

a)  $2^{\pi i}$

b)  $\sqrt[3]{i-1}$

4. Изобразить на плоскости множество точек:

a)  $|z - 1| < 3|z - i|$

b)  $\frac{\pi}{6} < arg \frac{z-1}{z} < \frac{\pi}{4}$

5. Восстановить аналитическую функцию по ее мнимой части  $v = e^y \cos x$ .

6. Выяснить геометрический смысл:  $|z| + Rez > 1$ .

7. Найти образ области  $|z| > 2$  при отображении  $\omega = \frac{1}{z-2}$ .

**Вариант 3.**

1. Исследовать на сходимость

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{n^2} - \frac{i}{n^2} \right)$

b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(in)^2}{n!}$

2. Найти круг сходимости

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{n!} (z+1)^n$

b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z-i)^{2n-1}}{3n \cdot 4^n}$

3. Вычислить

a)  $(-1)^{\sqrt{2}}$

b)  $Arsh \left( -\frac{1}{2} \right)$

4. Изобразить на плоскости множество точек:

a)  $|z - 1| < 2|z + 1|$

b)  $\frac{\pi}{4} < \arg \frac{z - 2i}{z - 3i} < \frac{\pi}{3}$

5. Восстановить аналитическую функцию по ее мнимой части  $v = e^y \sin x$ .

6. Выяснить геометрический смысл:  $\left| \frac{z - 1}{z - i} \right| > 2$

7. Найти образ области  $|z| < 2$  при отображении  $\omega = \frac{1}{z - 2}$

**Вариант 4.**

1. Исследовать на сходимость

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{1}{n^2} + \frac{2i}{n!} \right)$

b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{in}}{n!}$

2. Найти круг сходимости

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(z + i)^n}{(2i)^n}$

b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z - 1)^{2n-1}}{n \cdot 3^n}$

3. Вычислить

a)  $2^i$

b)  $\ln(1 - i\sqrt{3})$

4. Изобразить на плоскости множество точек:

a)  $z^2 + \bar{z}^2 = 1$

b)  $\frac{\pi}{2} < \arg \frac{z + i}{z - 2i} < \frac{2\pi}{3}$

5. Восстановить аналитическую функцию по ее мнимой части  $v = x^2 - y^2 + 5x + y - \frac{y}{x^2 + y^2}$ .

6. Выяснить геометрический смысл:  $|z - 2| + |z + 2| > 3$

7. Найти образ области  $|z - 2 - 2i| = 2$  при отображении  $\omega = \frac{1}{z - 2}$ .

**Вариант 5.**

1. Исследовать на сходимость

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{in}}{n^2}$

b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{3 + i}{6} \right)^n$

2. Найти круг сходимости

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z - i)^n}{e^{in}}$

b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z + 1)^{2n}}{2n \cdot 3^n}$

3. Вычислить

a)  $2^{\sqrt{2}}$

b)  $\sqrt[4]{-3i}$

4. Изобразить на плоскости множество точек:

a)  $|z| + \operatorname{Re} z \leq 1$

b)  $\frac{\pi}{4} < \operatorname{arg} \frac{z+2}{z-2} < \frac{\pi}{2}$

5. Восстановить аналитическую функцию по ее  $v = 3 + x^2 - y^2 - \frac{y}{2(x^2 + y^2)}$ .

6. Выяснить геометрический смысл:  $\frac{\pi}{3} < \operatorname{arg} \frac{z-3}{z-2} < \frac{\pi}{4}$

7. Найти образ кривой  $y = kx$  при отображении  $\omega = \frac{z+1}{z-1}$ .

**Вариант 6.**

1. Исследовать на сходимость

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{in}}{n^2}$

b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{i^n}{(5in-4)(4in+1)}$

2. Найти круг сходимости

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{(2-i)^n}$

b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!z^n}{n^n}$

3. Вычислить

a)  $\sqrt[4]{1}$

b)  $\ln(-e)$

4. Изобразить на плоскости множество точек:

a)  $\operatorname{Re}(z^2 - \bar{z}) = 0$

b)  $\frac{\pi}{3} < \operatorname{arg} \frac{z+1}{z-1} < \frac{\pi}{2}$

5. Восстановить аналитическую функцию по ее мнимой части  $v = e^{\frac{y}{x}}$ .

6. Выяснить геометрический смысл:  $\operatorname{Im} \frac{z-a}{z-b} = 0$

7. Найти образ множества  $|z-3|=1$  при отображении  $\omega = \frac{1}{z}$ .

**Вариант 7.**

1. Исследовать на сходимость

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{in}}{n^3}$

b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2+i}{5}\right)^n$

2. Найти круг сходимости

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z-2i)^n}{5^{n-1}}$

b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^{2n-1}}{2^{n+1}}$

3. Вычислить

a)  $\sqrt[5]{1-3\sqrt{3}i}$

b)  $(1+i)^{\sqrt{2}}$

4. Изобразить на плоскости множество точек:

a)  $Re \frac{1}{z} = 2$

b)  $\frac{\pi}{4} < arg \frac{z-i}{z+i} < \frac{\pi}{3}$

5. Восстановить аналитическую функцию по ее мнимой части  $v = \ln(x^2 + y^2) + x - 2y$ .

6. Выяснить геометрический смысл:  $Im \frac{1}{z} = C, \quad -\infty < C < +\infty$ .

7. Найти образ множества  $|z + i| = 1$  при отображении  $\omega = \frac{1}{z-1}$ .

**Вариант 8.**

1. Исследовать на сходимость

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{(3i)^n}$

b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(in)^n}{(2n-1)!}$

2. Найти круг сходимости

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{i}{n}\right)^n (z-1+i)^n$

b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^{2n}}{5n \cdot 3^n}$

3. Вычислить

a)  $Arccos \frac{\sqrt{3}}{2}$

b)  $\sqrt[3]{-1 + \sqrt{3}i}$

4. Изобразить на плоскости множество точек:

a)  $1 \leq |z-1-i| < 3$

b)  $\frac{\pi}{6} < arg \frac{z-1}{z+3} < \frac{\pi}{4}$

5. Восстановить аналитическую функцию по ее действительной части  $u = x^2 - y^2$ .

6. Выяснить геометрический смысл:  $|z| < arg z$ .

7. Найти образ множества  $|z-3| = 1, x > 0, y > 0$  при отображении  $\omega = z^2$

**Вариант 9.**

1. Исследовать на сходимость:

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} + \frac{i}{n^2}\right)$

b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3in - n - 1}{1 + ni}$

2. Найти круг сходимости:

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2(z-i)^n}{(2i)^n}$

b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^{2n-1}}{2^n \cdot 3^n}$

3. Вычислить :

a)  $\arcsin 8$

b)  $(1+i)^{\sqrt{2}}$

4. Изобразить на плоскости множество точек:

a)  $|z| > 2 + \operatorname{Im} z$

b)  $\frac{\pi}{6} < \arg \frac{z+1}{z-1} < \frac{\pi}{3}$

5. Восстановить аналитическую функцию по мнимой части  $v = x^3 - 3xy^2$ .

6. Выяснить геометрический смысл:

$$|z - i| = 2 |z + 1|.$$

7. Найти образ области при отображении:  $|z| < 1$ ,  $\omega = \frac{z-1}{z+1}$

**Вариант 10.**

1. Исследовать на сходимость:

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+i}{n}$

b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+i-n}{1+ni}$

2. Найти круг сходимости:

a)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z+1)^n}{(2i)^n}$

b)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{3n}$

3. Вычислить :

a)  $\arcsin 1$

b)  $(2-i)^{\sqrt{3}}$

4. Изобразить на плоскости множество точек:

a)  $|z - i| > 2$

b)  $0 < \arg \frac{z-i}{z-1} < \frac{\pi}{2}$

5. Восстановить аналитическую функцию по мнимой части  $v = x^3 - 3xy^2$ .

6. Выяснить геометрический смысл:

$$|z + 3| = 2 |z + 1 - i|.$$

7. Найти образ области при отображении:  $|z| < 2$ ,  $\omega = \frac{z-i}{z+i}$

**ИНДИВИДУАЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ 2**

1. Вычислить.

B1. 1)  $\int_L |z| dz$ ,  $L$ —отрезок соединяющий точки  $z = -i$  и  $z = i$ .

2)  $\int_{|z-1|=\frac{1}{2}} \frac{dz}{z(z^2-1)}$ .

3)  $\int_{|z|=3} \frac{\sin z}{(z-2)^{10i}} dz$ .

B2. 1)  $\int_L |z| dz$ ,  $L$ —полуокружность  $|z| = 1$ ,  $\operatorname{Re} z \geq 0$ , идущая из точки  $z = -i$  до точки  $z = i$ .

2)  $\int_{|z+3i|=1} \frac{dz}{(z^2+9)}$ .

3)  $\int_{\Gamma} \frac{dz}{z^m}$ ,  $\Gamma$ —квадрат с вершинами 1,  $2 + i$ ,  $1 + 2i$ ,  $i$ .

B3. 1)  $\int_C z \sin z dz$ ,  $C$ —отрезок соединяющий точки  $z = 0$  и  $z = i$ .

2)  $\int_{|z-3i|=1} \frac{dz}{z^2+9}$ .

3)  $\int_{|z|=\frac{1}{2}} \frac{e^z}{z(1-z)^2} dz$ .

B4. 1)  $\int_C \frac{dz}{\sqrt{z}}$ ,  $C$ —полуокружность  $|z| = 1$ ,  $y \geq 0$ ,  $\sqrt{1} = 1$ .

2)  $\int_{|z+i|=1} \frac{z^2}{(z-2)(z+i)} dz$ .

3)  $\int_{|z-1|=\frac{1}{2}} \frac{e^z}{z(1-z)^3} dz$ .

B5. 1)  $\int_C \frac{dz}{\sqrt{z}}$ ,  $C$ —полуокружность  $|z| = 1$ ,  $y \geq 0$ ,  $\sqrt{1} = -1$ .

2)  $\int_{|z-3|=2} \frac{z^2}{(z-2)(z+i)} dz$ .

3)  $\int_{|z-a|=1} \frac{ze^z}{(z-a)^3} dz$ .

B6. 1)  $\int_C \frac{dz}{\sqrt{z}}$ ,  $C$ —полуокружность  $|z| = 1$ ,  $y \leq 0$ ,  $\sqrt{1} = 1$ .

2)  $\int_{|z+1|=\frac{1}{2}} \frac{dz}{z(z^2-1)}$ .

3)  $\int_{|z|=1} \frac{\sin z}{(z-\frac{\pi}{4})^3} dz$ .

B7. 1)  $\int_C \frac{dz}{\sqrt{z}}$ ,  $C$ —полуокружность  $|z| = 1$ ,  $\sqrt{-1} = i$ .

2)  $\int_{|z|=3} \frac{z^2-5z+8}{z-2} dz$ .

3)  $\int_{|z|=1} \frac{\sin z}{(z-\frac{\pi}{4})^3} dz$ .

B8. 1)  $\int_{\Gamma} \bar{z} dz$ ,  $\Gamma$ —астроида  $z = \cos^3 t + i \sin^3 t$ ,  $0 \leq t \leq 2\pi$ .

2)  $\int_{|z|=\frac{1}{2}} \frac{dz}{z^2+1}$ .

3)  $\int_{|z|=2} \frac{e^z}{(z-1)^3} dz$ .

B9. 1)  $\int_{\Gamma} \bar{z} dz$ ,  $\Gamma$ —одна арка синусоиды  $y = \sin x$ .

2)  $\int_{|z-i|=1} \frac{dz}{z^2+1}$ .

3)  $\int_{|z|=1} \frac{\sin z}{(z-\frac{\pi}{6})^3} dz$ .

B10. 1)  $\int_{\Gamma} \frac{z}{z} dz$ ,  $\Gamma$ —контур квадрата с вершинами  $\pm 1, \pm i$ .

2)  $\int_{|z+i|=1} \frac{dz}{z^2+1}$ .

3)  $\int_{|z|=1} \frac{\cos z}{z^4} dz$ .

2. Разложить в степенной ряд функции  $f(z)$  по степеням  $z - a$  в указанных областях.

B1. 1)  $\frac{1}{z+3}$ ,  $a = -1$  в круге  $|z + 1| < 2$ .

2)  $\frac{1}{z^2-4z+3}$ ,  $a = 0$  в кольце.

B2. 1)  $\frac{1}{z+1}$ ,  $a = i$  в круге.

2)  $\frac{z}{(z-i)(z+3)}$ ,  $a = 0$  в кольце.

B3. 1)  $\sin z \cos z$ ,  $a = 0$  в круге.

2)  $\frac{z^3}{(z^2+1)(z^2-4)}$ ,  $a = 0$  в кольце.

B4. 1)  $\frac{2}{z-1}$ ,  $a = i$  в круге.

2)  $z^3 e^{\frac{1}{z}}$ ,  $a = 0$  в кольце  $0 < |z| < \infty$ .

B5. 1)  $e^z$ ,  $a = -1$  в круге.

2)  $\frac{3}{z^2+z-2}$ ,  $a = 0$  в кольце.

B6. 1)  $\frac{1}{z^2+4}$ ,  $a = 0$  в круге.

2)  $\frac{1}{z(1-z)}$ ,  $a = 0$  в кольце.

B7. 1)  $\cos(3z - i)$ ,  $a = 0$  в круге.

2)  $\frac{1}{z^2-z}$ ,  $a = 0$  в кольце.

B8. 1)  $e^{z+3}$ ,  $a = -1$  в круге.

2)  $\frac{z^3}{(z+1)(z^2-4)}$ ,  $a = 0$  в кольце.

B9. 1)  $\cos^2 z$ ,  $a = 0$  в круге.

2)  $\frac{z^3}{(z+1)(z-2)}$ ,  $a = -1$  в кольце.

B10. 1)  $\cos z$ ,  $a = \frac{\pi}{4}$  в круге.

2)  $\frac{1}{(z-i)(z-2)}$ ,  $a = 0$  в кольце.

3. Найти изолированные особые точки и определить их вид.

B1.  $\frac{\cos z}{z - z^3}$ .    B2.  $\frac{\sin z}{z}$ .    B3.  $ze^{\frac{1}{z}}$ .

B4.  $\frac{1 - \cos z}{z^2}$ .    B5.  $\frac{\cos z}{z^2}$ .    B6.  $\frac{z}{1 - \cos z}$ .



$$\text{B7. } \frac{z+1}{z^2}. \quad \text{B8. } z^2 \cos \frac{\pi}{z}. \quad \text{B9. } \frac{1 - \cos z}{\sin^2 z}.$$

$$\text{B10. } \frac{z^4}{1+z^4}.$$

4. Определить вид особенности в бесконечности.

$$\text{B1. } \frac{z}{1+z^2}. \quad \text{B2. } e^z. \quad \text{B3. } \operatorname{ctg} \frac{1}{z}.$$

$$\text{B4. } 3z^2 + \frac{4}{z}. \quad \text{B5. } \frac{\cos z}{z^2}. \quad \text{B6. } e^{-z} \cos \frac{1}{z}.$$

$$\text{B7. } \frac{z^2+1}{z^2+4}. \quad \text{B8. } \frac{(z^2+1)^2}{z^2+4}. \quad \text{B9. } \frac{\sin \pi z}{(z-1)^3}.$$

$$\text{B10. } \frac{\cos z}{z}.$$

5. Используя теорему о вычетах, вычислить.

$$\text{B1. 1) } \int_{|z|=3} \frac{z dz}{(z-1)(z-2)^2}.$$

$$2) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^4+1}.$$

$$3) \int_0^{\pi} \frac{\cos^4 \varphi}{1+\sin^2 \varphi} d\varphi.$$

$$\text{B2. 1) } \int_{|z|=2} \frac{dz}{(z^2-1)(z-3)^2}.$$

$$2) \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{1+\frac{1}{3}\cos \varphi}.$$

$$3) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{x^6+1}.$$

$$\text{B3. 1) } \int_{|z|=2} \frac{dz}{\sqrt{z^2+z+1}}.$$

$$2) \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{a+\cos \varphi}, \quad (a > 1).$$

3)

$$\text{B4. 1) } \int_C \frac{dz}{z^4+1}, \quad C\text{-окружность } x^2 + y^2 = 2x.$$

2)

$$\text{B5. 1) } \int_C \frac{z dz}{(z-1)(z-2)^2}, \quad C\text{-окружность } |z-2| = \frac{1}{2}.$$

$$2) \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{(a+b \cos \varphi)^2}, \quad (a > b > 0).$$

$$3) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x dx}{(x^2+4x+13)^2}.$$

B6. 1)  $\int_C \frac{dz}{(z-1)(z^5-1)}$ ,  $C$ -окружность  $|z| = 2$ .

2)  $\int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{(a+b \cos^2 \varphi)^2}$ , ( $a > 0, b > 0$ ).

3)  $\int_0^{\infty} \frac{x^2 dx}{(x^2+a^2)^2}$ .

B7. 1)  $\int_{|z|=1} \frac{z^3 dz}{2z^4+1}$ .

2)  $\int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{1-2a \cos \varphi+a^2}$ , ( $a \neq \pm 1$ ).

3)  $\int_0^{\infty} \frac{x^2+1}{x^4+1} dx$ .

B8. 1)  $\int_{|z|=1} \frac{e^z dz}{z^2(z^2-9)}$ .

2)  $\int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{3+2 \sin \varphi}$ .

3)  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin x dx}{x^2+4}$ .

B9. 1)  $\int_{|z|=r} \sin \frac{1}{z} dz$ .

2)  $\int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{4+\cos \varphi}$ .

3)  $\int_0^{\infty} \frac{x \sin 3x}{4+x^2} dx$ .

B10. 1)  $\int_{|z|=r} \sin^2 \frac{1}{z} dz$ .

2)  $\int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{(2+\cos \varphi)^2}$ .    3)  $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos 3x}{9+x^2} dx$ .

## КОЛЛОКВИУМЫ

Коллоквиум - средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины, организованное как учебное занятие в виде собеседования преподавателя с обучающимся по самостоятельно подготовленной студентом теме. Целью коллоквиума является формирование у студента навыков анализа теоретических проблем на основе самостоятельного изучения учебной и научной литературы. В процессе занятия выясняется степень усвоения студентами базовых понятий и терминов по важнейшим темам, и умение студентов применять полученные знания для решения конкретных заданий.

От студента требуется:

- владение изученным в ходе учебного процесса материалом, относящимся к рассматриваемой проблеме;
- умение использовать межпредметные связи (математический анализ, алгебра, геометрия);
- умение правильно формулировать проблему и предлагать её решение.

Коллоквиум - это не только форма контроля, но и метод углубления, закрепления знаний студентов, так как в ходе собеседования преподаватель разъясняет сложные вопросы, возникающие у студента в процессе изучения темы по различным источникам. С другой стороны, коллоквиум - это не консультация и не экзамен. Его задача - добиться глубокого изучения отобранного материала, пробудить у студента стремление к изучению дополнительной литературы.

Подготовка к коллоквиуму предполагает несколько этапов:

1. Подготовка к коллоквиуму начинается с установочной консультации (преподавателя), на которой разъясняется постановка проблемы, рекомендуется литература и объясняется процедура проведения коллоквиума;
2. Как правило, на самостоятельную подготовку к коллоквиуму студенту отводится 1-2 недели. Самостоятельная подготовка включает в себя изучение рекомендованной литературы.
3. Коллоквиум проводится в виде индивидуальной беседы преподавателя с каждым студентом, или беседы в небольших группах (3-5 чел.).
4. Обычно преподавателем задаётся несколько кратких конкретных вопросов, позволяющих выяснить степень добросовестности работы с рекомендованной литературой, если нужно, оценивается содержание реферата. Далее, более подробно обсуждается какая-либо сторона поставленной проблемы, чтобы оценить уровень понимания.
5. По итогам коллоквиума выставляется дифференцированная оценка, имеющая большой удельный вес в определении текущей успеваемости студента.

Участие в коллоквиуме позволяет студенту приобрести опыт работы с основной и дополнительной литературой, что, в свою очередь, поможет ему в дальнейшем готовить курсовые работы и при подготовке к экзаменам.

### **Критерии оценки коллоквиума:**

Оценка **ОТЛИЧНО** выставляется студенту, если:

- студент знает формулировки определений и может привести несколько примеров к каждому определению;
- студент знает формулировки всех утверждений и теорем;
- студент знает план доказательства всех утверждений и теорем, умеет при необ-

ходимости провести подробное доказательство каждого пункта;

- студент может излагать ответы на вопросы коллоквиума у доски.

Оценка ХОРОШО выставляется, студенту, если:

- студент знает формулировки определений и может привести несколько примеров к каждому определению;

- студент знает формулировки всех утверждений и теорем;

- студент знает план доказательства всех утверждений и теорем, но испытывает затруднения при подробном изложении некоторых пунктов доказательства;

Оценка УДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО выставляется студенту, если:

- студент знает формулировки определений и может привести пример к каждому определению;

- студент знает формулировки всех утверждений и теорем;

Оценка НЕУДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО выставляется студенту, если:

- студент не знает формулировки определений или не умеет приводить примеры для них;

- студент не знает формулировки основных утверждений и теорем;

- студент не может изложить ответ на заданные вопросы.

### Коллоквиум №1

1. Геометрическое изображение комплексных чисел. Модуль и аргумент. Аргумент как мнимая часть логарифма.  $\text{Arg}$  и  $\arg$ ,  $\text{Ln}$  и  $\ln$ .

2. Умножение комплексных чисел. Геометрический смысл.

3. Деление комплексных чисел.  $\frac{1}{z}$  и  $\frac{1}{\bar{z}}$ .

4. Возведение в степень. Формула Муавра. Извлечение корня.

5. Предел последовательности в  $C$ . Критерий Коши в  $C$ .

6. Признаки сходимости числовых рядов.

7. Равномерная сходимость функциональных рядов.

8. Степенной ряд. Теорема Абеля. Радиус сходимости.

9. Вывод условий Коши - Римана.

10. Производные  $\frac{\partial f}{\partial z}$  и  $\frac{\partial f}{\partial \bar{z}}$ .

11. Дробно-линейные функции.

12. Задание дробно-линейного отображения по трем точкам. Инвариантность ангармонического отношения четырех точек.

13. Свойства отображений  $\frac{1}{z}$  и  $\frac{1}{\bar{z}}$ .

14. Круговое свойство дробно-линейных отображений.

15. Тригонометрические функции.

16. Показательная и степенная функции.

17. Гиперболические функции.

### Коллоквиум №2

1. Интеграл от функции комплексного переменного.

2. Теорема Коши.

3. Интегральная формула Коши.

4. Разложение функции в ряд Тейлора.

5. Нули аналитической функции.

6. Ряд Лорана.
7. Особые точки аналитической функции.
8. Вычеты.
9. Вычисление интегралов с помощью вычетов.

## КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

Контрольная работа - средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу.

### Критерии оценки контрольной работы:

Оценка **ОТЛИЧНО** выставляется студенту, если:

- все задания контрольной работы решены верно и полностью;
- студент может провести защиту каждого задания у доски, не используя решение;
- студент может объяснить все методы и приемы, используемые в решении, знает теоретические предпосылки всех методов и приемов.

Оценка **ХОРОШО** выставляется студенту, если:

- все задания контрольной работы решены верно или в некоторых заданиях работы допущены негрубые вычислительные ошибки при правильно выбранном методе;
- студент может провести защиту каждого задания с использованием решения у доски или за партой;
- студент знает методы и приемы, используемые в решении, демонстрирует основы теоретических обоснований методов и приемов;

Оценка **УДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО** выставляется студенту, если:

- решены 60% задач в контрольной работе;
- студент знает и понимает методы и приемы решения заданий;
- студент знает формулировки основных теорем, на которых основываются методы и приемы решения заданий;

Оценка **НЕУДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО** выставляется студенту, если:

- количество верно решенных задач – менее 60%;
- студент не обнаруживает знание и понимание используемых им при решении заданий методов и приемов;
- студент не знает (не понимает) теоретические основы методов и приемов.

При получении оценки "неудовлетворительно" студенту предлагается проделать работу над ошибками и сдать работу на повторную проверку.

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА 1

I. Найти модуль и аргумент следующих чисел, затем записать эти числа в алгебраической, показательной и тригонометрической форме:

В.1.

а) 1

в)  $-3$

б)  $-\cos \frac{\pi}{7} + i \sin \frac{\pi}{7}$

г)  $\frac{1+i}{1-i}$

B.2.

a)  $1 + i^{123}$

Б) 3

б)  $\cos \frac{\pi}{3} - i \sin \frac{\pi}{3}$

Г)  $(-4 + 3i)^3$

B.3.

a)  $(1 + i)^8$

Б)  $-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$

б)  $2 + i^{124}$

Г) -5

B.4.

a)  $1 + i^{25}$

Б)  $-\frac{1}{6} - i\frac{\sqrt{3}}{6}$

б)  $1 + \cos \frac{\pi}{7} - i \sin \frac{\pi}{7}$

Г)  $7i$

B.5.

a)  $-\sqrt{2} - i\sqrt{2}$

Б)  $-9i$

б)  $(-\sqrt{3} + i)^3$

Г)  $\frac{3}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$

B.6.

a)  $(-6 + i6\sqrt{3})^5$

Б)  $-\frac{\sqrt{2}}{4} + i\frac{\sqrt{2}}{4}$

б)  $1 + i\sqrt{3}$

Г)  $(-\sqrt{2} + i\sqrt{2})^5$

B.7.

a)  $-\sqrt{3} + i$

Б)  $\frac{3\sqrt{2}}{4} + i\frac{3\sqrt{2}}{4}$

б)  $(\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2})^2$

Г)  $8i^{14} + 1$

B.8.

a)  $\frac{5\sqrt{2}}{2} + i\frac{5\sqrt{2}}{2}$

Б)  $-10i$

б) -15

Г)  $(\frac{3}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2})^4$

B.9.

a)  $-3\sqrt{3} - 3i$

Б)  $(\frac{3\sqrt{3}}{2} - i\frac{3}{2})^3$

б)  $\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} + 1$

Г) -21

B.10.

a)  $2 + \cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}$

в)  $\left(\frac{i^{13}+2}{i+1}\right)^2$

б)  $\frac{1-i}{1+i}$

г)  $2 + 2i$

В.11.

a)  $\left(\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^6$

в)  $\frac{(1+i)^5}{(1-i)^3}$

б)  $2 - 3i$

г)  $-2 - i\sqrt{3}$

В.12.

a)  $-3\sqrt{3} + 3i$

в)  $\frac{3\sqrt{2}}{4} + i\frac{3\sqrt{2}}{4}$

б)  $\frac{1-i}{2+i}$

г)  $8\left(\cos \frac{\pi}{9} + i \sin \frac{\pi}{9}\right)$

II. Найти и изобразить на комплексной плоскости решения следующих уравнений:

В.1 а)  $z^4 = i$ ,

В.5  $z^4 + 1 = 0$ ,

В.9  $z^4 = 1$ ,

В.2  $z^4 = -1$ ,

В.6  $z^4 = -4 + 3i$ ,

В.10  $z^4 = 2$ ,

В.3  $z^4 = -8$ ,

В.7  $z^4 = 3$ ,

В.11  $z^4 = -1$ ,

В.4  $z^4 = 3 - 4i$ ,

В.8  $z^4 = 1 + i$ ,

В.12  $z^4 = 3$ ,

III. Выяснить геометрический смысл следующих соотношений:

В.1 а)  $|z - z_0| < R$

в)  $\frac{\pi}{6} < \arg\left(\frac{z-1}{z+2}\right) < \frac{\pi}{2}$

б)  $z^2 + \bar{z}^2 = 1$

г)  $\frac{1}{3} < \left|\frac{z-1}{z+i}\right| < 1$

В.2 а)  $|z - z_0| \geq R$

в)  $\frac{\pi}{3} < \arg\left(\frac{z-1}{z+1}\right) < \frac{5\pi}{4}$

б)  $\operatorname{Re}\frac{1}{z} = \frac{1}{R} \quad (R > 0)$

г)  $\frac{1}{3} < \left|\frac{z-2}{z+i}\right| < \frac{1}{2}$

В.3 а)  $|z - z_0| = R$

в)  $-\frac{\pi}{6} < \arg\left(\frac{z-1}{z+1}\right) < \frac{\pi}{3}$

б)  $\alpha < \arg\left(\frac{z-i}{z+i}\right) < \alpha + \pi$

г)  $\frac{1}{2} < \left|\frac{z-i}{z+i}\right| < 3$

В.4 а)  $|z - 2| + |z + 2| = 5$

в)  $-\pi < \arg\left(\frac{z-1}{z+1}\right) < \pi$

б)  $\operatorname{Im}\left(\frac{z-z_0}{z_1-z_0}\right) = 0$

г)  $\frac{1}{3} < \left|\frac{z-1}{z+i}\right| < \frac{3}{2}$

В.5 а)  $|z - 2| - |z + 2| > 3$

в)  $\frac{\pi}{6} < \arg\left(\frac{z-1}{z+2}\right) < \frac{\pi}{2}$

б)  $\operatorname{Re}\frac{z}{z_0} = 0$

г)  $\frac{1}{3} < \left|\frac{z-1}{z+i}\right| < 1$

- B.6 а)  $|z - 1| = |z - 3|$  б)  $\left| \frac{z-1}{z+3} \right| = 1$
- B.7 а)  $\operatorname{Re} z \geq c$  б)  $\left| \frac{z}{z+1} \right| < 1$
- B.8 а)  $\operatorname{Im} z < c$  б)  $\left| \frac{1}{z} + 1 \right| > 2$
- B.9 а)  $0 < \operatorname{Re}(iz) < 1$  б)  $\left| \frac{z-1}{z+i} \right| > 2$
- B.10 а)  $0 < \operatorname{arg} z < \frac{\pi}{6}$  б)  $|z| + \operatorname{Re} z > 1$
- B.11 а)  $\frac{\pi}{3} < \operatorname{arg}(z - 1) < \frac{\pi}{2}$  б)  $|z - i| + |z + i| \geq 4$
- B.12 а)  $|z| = \operatorname{Re} z + 1$  б)  $\left| \frac{z+2}{z-1} \right| \geq 2$
- В)  $\frac{\pi}{6} < \operatorname{arg}\left(\frac{z-1}{z+2}\right) < \pi$
- Г)  $\frac{2}{3} < \left| \frac{z-1}{z+1} \right| < 2$
- В)  $0 < \operatorname{arg}\left(\frac{z-1}{z+2-i}\right) < \frac{\pi}{7}$
- Г)  $1 < \left| \frac{z-i}{z+i} \right| < \frac{5}{3}$
- В)  $\frac{\pi}{4} < \operatorname{arg}\left(\frac{z+i}{z-i}\right) < \frac{3\pi}{2}$
- Г)  $3 < \left| \frac{z+2}{z-2} \right| < 6$
- В)  $-\frac{\pi}{6} < \operatorname{arg}\left(\frac{z-2}{z}\right) < \pi$
- Г)  $\frac{1}{2} < \left| \frac{z-i}{z+i} \right| < 1$
- В)  $-\frac{\pi}{3} < \operatorname{arg}\left(\frac{z}{z+2}\right) < \frac{\pi}{4}$
- Г)  $\frac{2}{3} < \left| \frac{z-1+i}{z+i} \right| < 3$
- В)  $0 < \operatorname{arg}\left(\frac{z-1-i}{z}\right) < \frac{3\pi}{2}$
- Г)  $\frac{1}{3} < \left| \frac{z-3}{z+1-i} \right| < 3$
- В)  $\frac{\pi}{6} < \operatorname{arg}\left(\frac{z-1}{z+2+2i}\right) < \frac{\pi}{4}$
- Г)  $\frac{3}{5} < \left| \frac{z-2i}{z+i} \right| < \frac{5}{3}$

## КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА 2

### К/Р № 2 Вариант № 1

1. Найти образ области  $[0, \frac{\pi}{2}] \times [0, 1]$  при отображении  $\operatorname{ch} z$ .
2. Найти образ области  $[1, 2] \times [1, 2]$  при отображении  $w = z^2$ .
3. Найти все  $z$  удовлетворяющие  $|\operatorname{tg} z| > 1$ .
4. Найти область сходимости  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{z^n}{n\sqrt{n}}$ .
5. Восстановить аналитическую функцию  $f(z)$  по  $\operatorname{arg} f = xy$ .

### К/Р № 2 Вариант № 2

1. Найти образ области  $[0, 1] \times [0, 1]$  при отображении  $\operatorname{sh} z$ .
2. Найти образ области  $[0, 1] \times [0, \infty)$  при отображении  $w = \frac{1}{1+z}$ .
3. Найти все  $z$  удовлетворяющие  $|\cos z| = 1$ .



4. Найти область сходимости  $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(3n)!z^n}{(2n)!n!}$ .

5. Восстановить аналитическую функцию  $f(z)$  по  $|f| = e^{x^2-y^2}$ .

### К/Р № 2 Вариант № 3

1. Найти образ области  $[0, +\infty) \times [0, \frac{\pi}{4}]$  при отображении  $\operatorname{th} z$ .

2. Найти образ области  $|z - \frac{3}{4}|^2 < \frac{1}{16}$  при отображении  $w = \frac{z+2}{1-2z}$ .

3. Найти все  $z$  удовлетворяющие  $|\operatorname{th} z| < 1$ .

4. Найти область сходимости  $\sum_{n=1}^{+\infty} n^n z^{n^2}$ .

5. Восстановить аналитическую функцию  $f(z)$  по  $\operatorname{Re} f = \rho^2 \sin 2\varphi$ .

### К/Р № 2 Вариант № 4

1. Найти образ области  $[0, \frac{\pi}{2}] \times [0, +\infty)$  при отображении  $\operatorname{tg} z$ .

2. Найти образ области  $0 < \arg z < \alpha$  при отображении  $w = \frac{z-e^{i\alpha}}{1+e^{i\alpha}z}$ .

3. Найти все  $z$  удовлетворяющие  $i \operatorname{tg} z > 1$ .

4. Найти область сходимости  $\sum_{n=1}^{+\infty} 3^n z^{2^n}$ .

5. Восстановить аналитическую функцию  $f(z)$  по  $|f| = \frac{e^x}{x^2+y^2}$ .

### К/Р № 2 Вариант № 5

1. Найти образ области  $[0, 1] \times [0, 1]$  при отображении  $\sin z$ .

2. Найти образ области  $\alpha < \arg \frac{z}{z-\frac{1}{2}} < \beta$  при отображении  $w = \frac{z}{1-2z}$ .

3. Найти все  $z$  удовлетворяющие  $\sin z \in [i, 2i]$ .

4. Найти область сходимости  $\sum_{n=1}^{+\infty} (1 + (-1)^n)^n z^n$ .

5. Восстановить аналитическую функцию  $f(z)$  по  $\arg f = \rho \sin \varphi - \varphi$ .

### К/Р № 2 Вариант № 6

1. Найти образ области  $[0, \frac{3\pi}{2}] \times [\ln 2, \ln 3]$  при отображении  $\cos z$ .

2. Найти образ области  $|z + 1 + i| \leq 1$  при отображении  $w = \sqrt{\frac{z+1}{z+i}}$ .

3. Найти все  $z$  удовлетворяющие  $-1 < \operatorname{Re} \operatorname{ch} z < 1$ .

4. Найти область сходимости  $\sum_{n=1}^{+\infty} 2^n z^{3n}$ .

5. Восстановить аналитическую функцию  $f(z)$  по  $Re f = y \cos y \operatorname{ch} x + x \sin y \operatorname{sh} x$ .

### КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА 3

I. Вычислить интегралы:

V1. а)  $\int_C \bar{z} dz$ , где  $C$  — отрезок прямой соединяющий начало координат с точкой  $3 + 2i$ .

б)  $\int |z + i| = 1 \frac{z^2}{(z-2)(z+i)} dz$ .

в)  $\int_C (z^2 + 3z + 1) dz$ , где  $C$  — дуга параболы  $y = x^2$ , соединяющая точки  $(0, 0)$  и  $(1, 1)$ .

V2. а)  $\int_C \frac{\bar{z}}{z} dz$ , где  $C$  — контур, образованный верхней полуокружностью  $|z| = 1$  и диаметром, на который она опирается.

б)  $\int_C \frac{e^z dz}{z(z+4)}$ , где  $C$  — эллипс  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ .

в)  $\int_0^i z \cos z dz$ .

V3. а)  $\int_{\Gamma} (2z + 3\bar{z}) dz$ , где  $\Gamma$  — контур, оставленный из нижней полуокружности  $|z| = 1$  и диаметра, на который она опирается.

б)  $\int_{|z|=3} \frac{\operatorname{ch} z}{z-4i} dz$ .

в)  $\int_{|z-2i|=2} \frac{\cos z}{(z-i)^2} dz$ .

V4. а)  $\int_{\Gamma} (z^2 e^z + e^{\bar{z}}) dz$ , где  $\Gamma$  — отрезок прямой, соединяющий точки  $(0, 0)$  и  $(1, 1)$ .

б)  $\int_{|z|=5} \frac{\sin z}{z(z+2i)} dz$ .

в)  $\int_{|z|=1} (z^2 - 2z - 1) dz$ .

V5. а)  $\int_{\Gamma} \bar{z} e^z dz$ , где  $\Gamma$  — отрезок прямой, соединяющий точки  $(1, 1)$  и  $(0, 1)$ .

б)  $\int_{|z|=3} \frac{e^z}{z^2+4} dz$ .

в)  $\int_{|z|=1} \frac{z-2 \sin z}{(z-\frac{\pi}{2})^3} dz$ .

V6. а)  $\int_{\Gamma} \bar{z} e^z dz$ , где  $\Gamma$  — отрезок прямой, соединяющий точки  $(0, 1)$  и  $(0, 0)$ .

б)  $\int_{|z-2i|=1} \frac{e^z}{z^2+4} dz$ .

в)  $\int_{|z-1|=1} \frac{dz}{(z^2-1)^2}$ .

В7. а)  $\int_{\Gamma} \frac{dz}{\sqrt{z}}$ , где  $\Gamma$  — полуокружность  $|z| = 1$ ,  $y \geq 0$ , ( $\sqrt{1} = 1$ ).

б)  $\int_C \frac{e^z}{z(z+1)} dz$ , где  $C$  — окружность  $|z| = 2$ .

в)  $\int_{\Gamma} \frac{e^z-1}{(z+2i)^3} dz$ , где  $\Gamma$  — прямоугольник с вершинами в точках  $-1$ ,  $-1-3i$ ,  $1-3i$ ,  $1$ .

В8. а)  $\int_{\Gamma} \frac{dz}{\sqrt{z}}$ , где  $\Gamma$  — нижняя полуокружность  $|z| = 1$ , ( $\sqrt{1} = 1$ ).

б)  $\int_{|z|=2} \frac{e^z}{z^2-1} dz$ .

в)  $\int_{|z|=1} \sin z \cdot e^{-z} dz$ .

В9. а)  $\int_C \frac{z}{z} dz$ , где  $C$  — верхняя полуплоскость  $|z| = 2$  и диаметр, на который она опирается.

б)  $\int_{|z|=2} \frac{dz}{z^2+1}$ .

в)  $\int_{|z|=1} z \sin z dz$ .

В10. а)  $\int_{|z-a|=1} \frac{dz}{z-a}$ .

б)  $\int_{|z|=2} \frac{dz}{z^2+16}$ .

в)  $\int_{|z|=3} \frac{e^z dz}{(z-1)^3}$ .

II. Разложить  $f(z)$  по степеням  $(z-a)$  в указанных областях:

В1. а)  $\operatorname{arctg} z$ ,  $a = 0$ ,  $|z| < 1$ .

б)  $\frac{1}{(z-1)(z-2)}$ ,  $a = 0$ ,  $1 < |z| < 2$ .

В2. а)  $\frac{1}{z-5}$ ,  $a = 1$ ,  $|z-1| < 4$ .

б)  $\frac{1}{(z-1)(z-2)}$ ,  $a = 0$ ,  $2 < |z| < \infty$ .

В3. а)  $\frac{1}{z^2-5z+6}$ ,  $a = 1$ ,  $|z| < 2$ .

б)  $\sin \frac{1}{z}$ ,  $a = 0$ ,  $|z| > 0$ .

В4. а)  $\sin(2z+i)$ ,  $a = 0$  в окрестности точки  $0$ .

б)  $\frac{1}{z^2-z-6}$ ,  $a = 0$ ,  $2 < |z| < 3$ .

- B5. а)  $\frac{z}{z-1}$ ,  $a = 1$ ,  $|z - 1| < 1$ .  
 б)  $\frac{1}{z^2 - z - 6}$  в окрестности бесконечно удаленной точки.

- B6. а)  $\frac{1}{z^2 + 3z + 2}$ ,  $a = 1$ ,  $|z - 1| < 1$ .  
 б)  $\frac{1}{z^2 + 4}$  в окрестности бесконечно удаленной точки.

- B7. а)  $\ln \frac{1+z}{1-z}$ ,  $a = 0$ ,  $|z| < 1$ .  
 б)  $\frac{1}{z^2 - 3z + 2}$ ,  $a = -1$ ,  $2 < |z + 1| < 3$ .

- B8. а)  $\sin^2 z$ ,  $a = 0$ .  
 б)  $\frac{1}{z^2 + 1}$ ,  $a = i$ ,  $|z - i| > 2$ .

- B9. а)  $\sqrt{z + i}$ ,  $a = 0$ ,  $|z| < 1$ .  
 б)  $\frac{1}{z-2}$  в окрестности точки  $z = \infty$ .

- B10. а)  $\frac{z}{z^2 - 4z + 13}$  в окрестности точки  $z = 0$ .  
 б)  $z^2 \cdot e^{\frac{1}{z}}$  в окрестности точки  $z = \infty$ .

#### КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА 4

I. Найти особенные точки функций, выяснить их характер и исследовать поведение функций на бесконечности.

B1.  $e^{z - \frac{1}{z}}$ . B2.  $ze^{z - \frac{1}{z}}$ . B3.  $\text{th } z$ . B4.  $ze^{-z}$ . B5.  $\frac{1}{z - z^3}$ . B6.  $\frac{z^4}{1 + z^4}$ . B7.  $\frac{1}{z(z^2 + 4)}$ . B8.  $\frac{1 + e^z}{2 + e^z}$ . B9.  $\frac{z^2 + 1}{e^z}$ . B10.  $\frac{1}{z^3(2 - \cos z)}$ .

II. Вычислить вычеты функций относительно особых точек.

B - 1.

1)  $f(z) = \frac{z + 1}{z^2 + 1}$ ; 2)  $f(z) = \frac{z^3 + 2z + 5}{z^2(z + 1)}$  относительно бесконечности.

B - 2.

1)  $f(z) = \frac{\cos z}{z(z - 1)^2}$ ; 2)  $f(z) = \frac{z^2 + z - 1}{z^3 - z}$  относительно бесконечности.

B - 3.

1)  $f(z) = \cos \frac{3}{z - 2}$ ; 2)  $f(z) = \frac{1}{z^2 \sin \frac{1}{z}}$  относительно бесконечности.

B - 4.

1)  $f(z) = \sin \frac{2}{z - 1}$ ; 2)  $f(z) = \frac{2z^7 + 1}{z^6(z^2 + 1)}$  относительно бесконечности.

B - 5.

1)  $f(z) = \sin \frac{2z - 1}{z - 1}$ ; 2)  $f(z) = e^x$ ,  $\text{Res}\{e^z, \infty\}$ .

B - 6.

1)  $f(z) = \frac{ze^{\frac{1}{z}}}{1-z}$ ; 2)  $\text{Res}\{z^2 \sin \frac{\pi}{z}, \infty\}$ .

B - 7.

1)  $f(z) = \frac{z}{\sin z}$ ; 2)  $\text{Res}\{z^2 e^{\frac{1}{z}}, \infty\}$ .

B - 8.

1)  $f(z) = \frac{z^3 + 2z + 5}{z^2(z+1)}$ ; 2)  $\text{Res}\{\frac{z^4 + 1}{z^6 - 1}, \infty\}$ .

B - 9.

1)  $f(z) = \frac{2z + 1}{z^2 - 4z + 3}$ ; 2)  $\text{Res}\{\frac{\sin \frac{1}{z}}{z-1}, \infty\}$ .

B - 10.

1)  $f(z) = \frac{1}{z^2 + a^2}$ ; 2)  $\text{Res}\{z \cos^2 \frac{\pi}{z}, \infty\}$ .

III. Вычислить интегралы:

B - 1.

1)  $\int_{\gamma} \frac{dz}{1+z^4}$ ,  $\gamma = \{z \in \mathbf{C} : |z-1| = 1\}$ ;

2)  $\int_{\gamma} z \sin \frac{z+1}{z-1} dz$ ,  $\gamma = \{z \in \mathbf{C} : |z| = 2\}$ .

B - 2.

1)  $\int_{\gamma} \frac{dz}{(z-1)(z^2+1)}$ ,  $\gamma = \{z \in \mathbf{C} : |z-1-i| = 2\}$ ;

2)  $\int_{\partial D} \sin \frac{1}{z-1} dz$ ,  $D = \{z \in \mathbf{C} : |z-1| > 1\}$ .

B - 3.

1)  $\int_{\gamma} \frac{\sin z}{(z+3)^3}$ ,  $\gamma = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = 2^{\frac{2}{3}}\}$ ;

2)  $\int_{\gamma} e^{\frac{1}{1-z}} \frac{dz}{z}$ ,  $\gamma = \{z \in \mathbf{C} : |z-2| + |z+2| = 6\}$ .

B - 4.

1)  $\int_{\gamma} \frac{dz}{(z^2-1)(z-3)^2}$ ,  $\gamma = \{z \in \mathbf{C} : 2 < |z| < 4\}$ ;

2)  $\int_{\gamma} \frac{z^3}{e^z-1} dz$ ,  $\gamma = \{z \in \mathbf{C} : |z| = 4\}$ .

B - 5.

1)  $\int_{\partial D} \frac{z}{z+3} e^{\frac{1}{3z}}$ ,  $D = \{z \in \mathbf{C} : |z| > 4\}$ ;

2)  $\int_{|z|=2} z \cos \frac{z}{z+1} dz$ .

B - 6.

1)  $\int_{|z|=2} \frac{dz}{z^3(z^{10}-2)}$ ,  $D = \{z \in \mathbf{C} : |z| < 2\}$ ;

2)  $\int_{\partial D} z \sin \frac{z^2 \sin^2 \frac{1}{z}}{(z-1)(z-2)} dz$ ,  $D = \{z \in \mathbf{C} : |z| < 3\}$ .

B - 7.

1)  $\int_{\partial D} \frac{z^3}{z^4-1} dz$ ,  $D = \{z \in \mathbf{C} : |z| < 2\}$ ;

2)  $\int_{\partial D} \frac{\sin z dz}{(z^3-z)(z-i)}$ ,  $D = \{z \in \mathbf{C} : |z-1| < 1\}$ .

B - 8.

- 1)  $\int_{\partial D} \frac{z^3}{z+1} dz, D = \{z \in \mathbf{C} : |z| < 2\};$
- 2)  $\int_{\partial D} \frac{\operatorname{ctg} z}{z} dz, D = \{z \in \mathbf{C} : |z| > 1\}.$   
В - 9.
- 1)  $\int_{\partial D} \frac{z^3}{z+1} e^{\frac{1}{z}} dz, D = \{z \in \mathbf{C} : |z| < 2\};$
- 2)  $\int_{\partial D} \frac{dz}{\ln z - 3\pi i} dz, D = \{z \in \mathbf{C} : |z + 2| < \frac{3}{2}\}.$   
В - 10.
- 1)  $\int_{\partial D} z \sin \frac{z+1}{z-1} dz, D = \{z \in \mathbf{C} : |z| < 2\};$
- 2)  $\int_{\partial D} \frac{z}{z-3} e^{\frac{1}{3z}} dz, D = \{z \in \mathbf{C} : |z| > 4\}.$

## РЕФЕРАТЫ

Структура реферата: 1) титульный лист; 2) план работы с указанием страниц каждого вопроса, подвопроса (пункта); 3) введение; 4) текстовое изложение материала, разбитое на вопросы и подвопросы (пункты, подпункты) с необходимыми ссылками на источники, использованные автором; 5) заключение; 6) список использованной литературы; 7) приложения, которые состоят из таблиц, диаграмм, графиков, рисунков, схем (необязательная часть реферата). Приложения располагаются последовательно, согласно заголовкам, отражающим их содержание. Реферат оценивается научным руководителем исходя из установленных кафедрой показателей и критериев оценки реферата.

### Критерии оценки реферата:

1. Новизна реферированного текста (Макс. - 20 баллов)
  - актуальность проблемы и темы;
  - новизна и самостоятельность в постановке проблемы, в формулировании нового аспекта выбранной для анализа проблемы;
  - наличие авторской позиции, самостоятельность суждений.
2. Степень раскрытия сущности проблемы (Макс. - 30 баллов)
  - соответствие плана теме реферата;
  - соответствие содержания теме и плану реферата;
  - полнота и глубина раскрытия основных понятий проблемы;
  - обоснованность способов и методов работы с материалом;
  - умение работать с литературой, систематизировать и структурировать материал;
  - умение обобщать, сопоставлять различные точки зрения по рассматриваемому вопросу, аргументировать основные положения и выводы.
3. Обоснованность выбора источников (Макс. - 20 баллов)
  - круг, полнота использования литературных источников по проблеме;
  - привлечение новейших работ по проблеме (журнальные публикации, материалы сборников научных трудов и т.д.).
4. Соблюдение требований к оформлению (Макс. - 15 баллов)
  - правильное оформление ссылок на используемую литературу;
  - грамотность и культура изложения;
  - владение терминологией и понятийным аппаратом проблемы;
  - соблюдение требований к объему реферата;

- культура оформления: выделение абзацев.
- 5. Грамотность (Макс. - 15 баллов)
- отсутствие орфографических и синтаксических ошибок, стилистических погрешностей;
- отсутствие опечаток, сокращений слов, кроме общепринятых;
- литературный стиль.

**Оценивание реферата** Реферат оценивается по 100 балльной шкале, баллы переводятся в оценки успеваемости следующим образом:

- 86 - 100 баллов - ОТЛИЧНО;
- 70 - 75 баллов - ХОРОШО;
- 51 - 69 баллов - УДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО;
- менее 51 балла - НЕУДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО.

Баллы учитываются в процессе текущей оценки знаний программного материала.

### **Тематика рефератов:**

4 семестр

1. Неподвижные точки дробно-линейных преобразований.
2. Принципы конформных отображений.
3. Геометрический смысл операций над комплексными числами.
4. Поверхность Римана.
5. Функция Жуковского.

5 семестр

1. Применение интегральной формулы Коши.
2. Аналитическое продолжение некоторых функций.
3. Логарифмический вычет и его применение

### **ВОПРОСЫ К ЗАЧЕТУ**

1. Операции над комплексными числами. Вывод формул произведения и частного 2-х комплексных чисел.
2. Модуль и аргумент комплексного числа. Представление комплексного числа на плоскости.
3. Тригонометрическая и показательная формы комплексного числа.
4. Логарифмическая функция.
5. Корни и степени комплексного числа. Изображение их на комплексной плоскости.
6. Предел последовательности комплексных чисел. Свойства предела.
7. Сходимость числовых рядов комплексных чисел. Признаки сходимости. Абсолютная сходимость.
8. Стереографическая проекция. Бесконечно удаленная точка.
9. Степенные ряды. Первая теорема Абеля. Радиус сходимости и его нахождение. Теорема Коши - Адамара.

10. Функции комплексного переменного. Выделение действительной и мнимой частей.
11. Предел и свойства предела функций комплексного переменного.
12. Непрерывность функций комплексной переменной. Принцип сохранения границ.
13. Дифференцируемость функций комплексной переменной. Производная и дифференциал.
14. Правила дифференцирования. Производные высших порядков.
15. Условия Коши-Римана. Критерий дифференцируемости функций комплексной переменной.
16. Гармонические функции. Восстановление аналитической функции по ее действительной или мнимой части.
17. Конформные отображения. Конформность отображения, осуществляемого однолистной аналитической функцией. Риманова поверхность и точки ветвления.
18. Геометрический смысл модуля и аргумента производной аналитической функции.
19. Линейная функция и осуществляемое ею конформное отображение.
20. Функция  $w = 1/z$  и осуществляемое ею отображение.
21. Дробно-линейная функция и осуществляемое ею конформное отображение.
22. Свойства дробно-линейного отображения: круговое свойство, принцип симметрии, инвариантность ангармонического отношения четверки точек.
23. Степенная функция. Ее поверхность Римана.
24. Функция  $w = \sqrt[n]{z}$ . Ее поверхность Римана.
25. Показательная функция. Ее свойства и поверхность Римана.
26. Тригонометрические функции комплексной переменной.
27. Обратные тригонометрические функции комплексной переменной.
28. Гиперболические функции комплексного переменного.

### **Критерии оценки зачета:**

Оценка ЗАЧТЕНО выставляется студенту, если:

- студент знает формулировки определений, вынесенных на зачет, и может привести пример к каждому определению;
- студент знает формулировки всех утверждений и теорем, вынесенных на зачет;
- решены все индивидуальные задания;
- контрольные работы и коллоквиумы были сданы на оценки не ниже чем УДОВОЛЕТВОРИТЕЛЬНО.

Оценка НЕЗАЧТЕНО выставляется студенту, если:

- студент не знает формулировки определений, вынесенных на зачет, или не умеет приводить примеры для них;
- студент не знает формулировки основных утверждений и теорем, вынесенных на зачет;
- индивидуальные задания решены не в полном объеме;
- контрольные работы и коллоквиумы не были сданы либо сданы на оценки НЕУДОВОЛЕТВОРИТЕЛЬНО.



## ЭКЗАМЕН

### Критерии оценки экзамена:

Оценка **ОТЛИЧНО** выставляется студенту, если:

- студент знает формулировки определений и может привести несколько примеров к каждому определению;
- студент знает формулировки всех утверждений и теорем;
- студент знает план доказательства всех утверждений и теорем, умеет при необходимости провести подробное доказательство каждого пункта;
- студент может ответить на дополнительные вопросы по курсу без предварительной подготовки. - студент может излагать ответы на вопросы экзамена у доски.

Оценка **ХОРОШО** выставляется студенту, если:

- студент знает формулировки определений и может привести несколько примеров к каждому определению;
- студент знает формулировки всех утверждений и теорем;
- студент знает план доказательства всех утверждений и теорем, но испытывает затруднения при подробном изложении некоторых пунктов доказательства;
- студент может ответить на дополнительные вопросы по курсу без предварительной подготовки.

Оценка **УДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО** выставляется студенту, если:

- студент знает формулировки определений и может привести пример к каждому определению;
- студент знает формулировки всех утверждений и теорем;
- студент может ответить на дополнительные вопросы по курсу без предварительной подготовки.

Оценка **НЕУДОВЛЕТВОРИТЕЛЬНО** выставляется студенту, если:

- студент не знает формулировки определений или не умеет приводить примеры для них;
- студент не знает формулировки основных утверждений и теорем;
- студент не может изложить ответ на заданные вопросы.

### ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ

- 1) Теорема единственности конформного отображения.
- 2) Принцип компактности.
- 3) Теорема Римана.
- 4) Теорема Гурвица.
- 5) Следствие из теоремы Гурвица.
- 6) Теорема о равностепенной непрерывности семейства аналитических функций.
- 7) Теорема о единственности нормализованного отображения.
- 8) Принцип симметрии Римана-Шварца.
- 9) Определение полной аналитической функции и его обращения.
- 10) Теорема монодромии.
- 11) Теорема Каратеодори (о соответствии границ).
- 12) Принцип непрерывного продолжения.
- 13) Интегральная формула Коши для бесконечной области.
- 14) Теорема о равномерной ограниченности семейства производных аналитических функций.

- 15) Теорема Лорана.
- 16) Основное свойство производной однолистной аналитической функции.
- 17) Логарифмический вычет, теорема о логарифмических вычетах.
- 18) Теорема об аналитичности суммы степенного ряда.
- 19) Вычет в бесконечно удаленной точке, теорема о полной сумме вычетов.
- 20) Принцип аргумента и его следствие (теорема Руше).
- 21) Теорема Абеля о сходимости степенного ряда.
- 22) Принцип взаимнооднозначного соответствия.
- 23) Ряд Тейлора, теорема Коши о представлении аналитической функции рядом Тейлора.
- 24) Принцип аргумента (теорема о сумме логарифмических вычетов).
- 25) Граничные свойства интеграла типа Коши.
- 26) Необходимые и достаточные условия полюса.
- 27) Теорема Морера.
- 28) Теорема о существовании производных всех порядков для аналитической функции.
- 29) Необходимое и достаточное условие устранимой особой точки.
- 30) Теорема о существовании производных всех порядков для интеграла типа Коши.
- 31) Теорема единственности разложения в ряд Тейлора.
- 32) Эквивалентность понятий голоморфной и аналитической функций.
- 33) Производная интеграла типа Коши.
- 34) Лемма Шварца.
- 35) Теорема Сохоцкого.
- 36) Принцип максимума модуля.
- 37) Необходимое и достаточное условие существенно особой точки.
- 38) Аналитическое продолжение.
- 39) Лемма о постоянстве аналитической функции в области.
- 40) Теорема о среднем.
- 41) Теорема 2 Вейерштрасса (о дифференцируемости ряда).
- 42) Интегральная формула Коши.
- 43) Теорема Коши о сумме вычетов.
- 44) Первообразная и ее свойства.
- 45) Вычет функции в изолированной особой точке.
- 46) Показать, что интеграл от аналитической функции, рассматриваемый в зависимости от своего верхнего предела, также является аналитической функцией.
- 47) Особые точки аналитической функции.
- 48) Теорема 1 Вейерштрасса (о равномерной сходимости ряда).
- 49) Показать, что значение интеграла от аналитической функции не зависит от пути интегрирования.
- 50) Теорема единственности разложения в ряд Лорана.
- 51) Теорема Коши (случай треугольника и общий).
- 52) Ряды Лорана.
- 53) Теорема Коши.
- 54) Лемма Гурса.
- 55) Теорема единственности нуля аналитической функции.
- 56) Формулы Коши-Адамара.
- 57) Свойства интегралов от комплексных функций.

58) Интегралы Сохоцкого.