

# МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
«Горно-Алтайский государственный университет»  
(ФГБОУ ВО ГАГУ, ГАГУ, Горно-Алтайский государственный университет)

## Дифференциальная геометрия и топология рабочая программа дисциплины (модуля)

Закреплена за кафедрой **кафедра математики, физики и информатики**

Учебный план 01.03.01\_2023\_633.plx  
01.03.01 Математика  
Прикладная математика и программирование

Квалификация **бакалавр**

Форма обучения **очная**

Общая трудоемкость **6 ЗЕТ**

Часов по учебному плану	216	Виды контроля в семестрах:
в том числе:		экзамены 6
аудиторные занятия	72	зачеты 5
самостоятельная работа	97,2	
часов на контроль	43,6	

### Распределение часов дисциплины по семестрам

Семестр (<Курс>.<Семестр на курсе>)	5 (3.1)		6 (3.2)		Итого	
	Неделя		15 4/6			
Вид занятий	УП	РП	УП	РП	УП	РП
Лекции	18	18	18	18	36	36
Практические	18	18	18	18	36	36
Консультации (для студента)	0,9	0,9	0,9	0,9	1,8	1,8
Контроль самостоятельной работы при проведении аттестации	0,15	0,15	0,25	0,25	0,4	0,4
Консультации перед экзаменом			1	1	1	1
Итого ауд.	36	36	36	36	72	72
Контактная работа	37,05	37,05	38,15	38,15	75,2	75,2
Сам. работа	62,1	62,1	35,1	35,1	97,2	97,2
Часы на контроль	8,85	8,85	34,75	34,75	43,6	43,6
Итого	108	108	108	108	216	216

Программу составил(и):

к.ф.-м.н., доцент, Деев Михаил Ефимович



Рабочая программа дисциплины

**Дифференциальная геометрия и топология**

разработана в соответствии с ФГОС:

Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01 Математика (приказ Минобрнауки России от 10.01.2018 г. № 8)

составлена на основании учебного плана:

01.03.01 Математика

утвержденного учёным советом вуза от 26.12.2022 протокол № 12.

Рабочая программа утверждена на заседании кафедры

**кафедра математики, физики и информатики**

Протокол от 09.03.2023 протокол № 8

Зав. кафедрой И.О. Богданова Рада Александровна



---

---

**Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году**

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2024-2025 учебном году на заседании кафедры **кафедра математики, физики и информатики**

Протокол от \_\_\_\_\_ 2024 г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой Богданова Рада Александровна

---

---

**Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году**

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2025-2026 учебном году на заседании кафедры **кафедра математики, физики и информатики**

Протокол от \_\_\_\_\_ 2025 г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой Богданова Рада Александровна

---

---

**Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году**

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2026-2027 учебном году на заседании кафедры **кафедра математики, физики и информатики**

Протокол от \_\_\_\_\_ 2026 г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой Богданова Рада Александровна

---

---

**Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году**

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для исполнения в 2027-2028 учебном году на заседании кафедры **кафедра математики, физики и информатики**

Протокол от \_\_\_\_\_ 2027 г. № \_\_\_\_  
Зав. кафедрой Богданова Рада Александровна

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ	
1.1	<i>Цели:</i> - научное обоснование понятий, ранее изученных в школьном курсе; изучение и научное обоснование новых понятий и применение их в процессе решения различных задач.
1.2	<i>Задачи:</i> - развитие общей математической культуры; - создание математической базы для дальнейшего обучения математике; - совершенствование навыков математического и логического мышления.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ООП	
Цикл (раздел) ООП:	Б1.О
<b>2.1</b>	<b>Требования к предварительной подготовке обучающегося:</b>
2.1.1	Для освоения дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология» обучающиеся используют знания, умения, навыки, способы деятельности и установки, сформированные в ходе изучения предметов «Алгебра и начала анализа» и «Геометрия» на предыдущем уровне образования.
<b>2.2</b>	<b>Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:</b>
2.2.1	Освоение дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология» является необходимой основой для последующего изучения дисциплин «Многомерные пространства», «Уравнения в частных производных», «Научные основы школьного курса геометрии», «Методы оптимизации», «Основания геометрии», а также курсов по выбору студентов.

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)	
<b>УК-1: Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач</b>	
<b>ИД-1.УК-1: Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие, осуществляет декомпозицию задачи</b>	
Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие, осуществляет декомпозицию задачи	
<b>ИД-2.УК-1: Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи</b>	
Находит и критически анализирует информацию, необходимую для решения поставленной задачи	
<b>ИД-3.УК-1: Рассматривает возможные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки</b>	
Рассматривает возможные варианты решения задачи, оценивая их достоинства и недостатки	
<b>ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности</b>	
<b>ИД-1.ОПК-1: Знает основные понятия, определения, свойства математических объектов, формулировки и методы доказательств математических утверждений</b>	
Знает формулировки и методы доказательств математических утверждений	
<b>ИД-2.ОПК-1: Умеет доказывать утверждения, решать задачи в области математических наук</b>	
Умеет доказывать утверждения, решать задачи в области математических наук	

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)							
Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Компетенции	Литература	Инте пркт.	Примечание
	<b>Раздел 1. Лекции</b>						
1.1	Вектор-функция одного скалярного аргумента /Лек/	5	2		Л1.1 Л1.2Л2.1	2	
1.2	Кривые в трехмерном евклидовом пространстве /Лек/	5	4		Л1.1 Л1.2Л2.1	2	
1.3	Поверхности в трехмерном евклидовом пространстве /Лек/	5	10		Л1.1 Л1.2Л2.1	2	
1.4	Метрические пространства /Лек/	5	2		Л1.1 Л1.2Л2.1	2	

1.5	Топологические пространства /Лек/	6	4		Л1.1 Л1.2Л2.1	2	
1.6	База и предбаза топологии /Лек/	6	2		Л1.1 Л1.2Л2.1	1	
1.7	Подпространства /Лек/	6	4		Л1.1 Л1.2Л2.1	1	
1.8	Отделимость. Компактность. Связность. /Лек/	6	4		Л1.1 Л1.2Л2.1	1	
1.9	Непрерывные отображения. Гомеоморфизмы. /Лек/	6	4		Л1.1 Л1.2Л2.1	1	
<b>Раздел 2. Практические</b>							
2.1	Вектор-функция одного скалярного аргумента /Пр/	5	2		Л1.1 Л1.2Л2.1	2	
2.2	Кривые в трехмерном евклидовом пространстве /Пр/	5	4		Л1.1 Л1.2Л2.1	2	
2.3	Поверхности в трехмерном евклидовом пространстве /Пр/	5	10		Л1.1 Л1.2Л2.1	2	
2.4	Метрические пространства /Пр/	5	2		Л1.1 Л1.2Л2.1	2	
2.5	Топологические пространства /Пр/	6	6		Л1.1 Л1.2Л2.1	2	
2.6	База и предбаза топологии /Пр/	6	2		Л1.1 Л1.2Л2.1	1	
2.7	Подпространства /Пр/	6	2		Л1.1 Л1.2Л2.1	1	
2.8	Отделимость. Компактность. Связность. /Пр/	6	4		Л1.1 Л1.2Л2.1	1	
2.9	Непрерывные отображения. Гомеоморфизмы. /Пр/	6	4		Л1.1 Л1.2Л2.1	1	
<b>Раздел 3. Самостоятельная работа</b>							
3.1	Вектор-функция одного скалярного аргумента /Ср/	5	18		Л1.1 Л1.2Л2.1	0	
3.2	Кривые в трехмерном евклидовом пространстве /Ср/	5	16		Л1.1 Л1.2Л2.1	0	
3.3	Поверхности в трехмерном евклидовом пространстве /Ср/	5	18		Л1.1 Л1.2Л2.1	0	
3.4	Метрические пространства /Ср/	5	10,1		Л1.1 Л1.2Л2.1	0	
3.5	Топологические пространства /Ср/	6	6		Л1.1 Л1.2Л2.1	0	
3.6	База и предбаза топологии /Ср/	6	6		Л1.1 Л1.2Л2.1	0	
3.7	Подпространства /Ср/	6	4		Л1.1 Л1.2Л2.1	0	
3.8	Отделимость. Компактность. Связность. /Ср/	6	10		Л1.1 Л1.2Л2.1	0	
3.9	Непрерывные отображения. Гомеоморфизмы. /Ср/	6	9,1		Л1.1 Л1.2Л2.1	0	
<b>Раздел 4. Промежуточная аттестация (экзамен)</b>							
4.1	Подготовка к экзамену /Экзамен/	6	34,75	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1		0	
4.2	Контроль СР /КСРАтт/	6	0,25	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1		0	

4.3	Контактная работа /КонсЭк/	6	1	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1		0	
<b>Раздел 5. Консультации</b>							
5.1	Консультация по дисциплине /Конс/	6	0,9	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1		0	
<b>Раздел 6. Промежуточная аттестация (зачёт)</b>							
6.1	Подготовка к зачёту /Зачёт/	5	8,85	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1		0	
6.2	Контактная работа /КСРАТт/	5	0,15	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1		0	
<b>Раздел 7. Консультации</b>							
7.1	Консультация по дисциплине /Конс/	5	0,9	ИД-1.УК-1 ИД-2.УК-1 ИД-3.УК-1 ИД-1.ОПК-1 ИД-2.ОПК-1		0	

## 5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

### 5.1. Пояснительная записка

1. Назначение фонда оценочных средств. Оценочные средства предназначены для контроля и оценки образовательных достижений обучающихся, освоивших программу учебной дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология».
2. Фонд оценочных средств включает:
- перечень вопросов для текущего контроля успеваемости;
  - контрольная работа по дисциплине;
  - вопросы к экзамену и примеры экзаменационных билетов;

### 5.2. Оценочные средства для текущего контроля

#### ВХОДНОЙ КОНТРОЛЬ

01. Координаты нормального вектора плоскости

$2x + 3y - 5z + 6 = 0$  равны:

а) (2, 3, -5); б) (3, -5, 6); в) (2, -5, 6)

02. Производная функции  $y = 4x^2 + 2x - 3$  в точке  $x = -3$  равна: а) -36; б) 26; в) -22

03. Вторая производная функции  $y = \ln 2x$  при  $x = 2$  равна:

а) -0,25; б) -0,5; в) 0,25

04. Модуль вектора  $p = (4, -8, 1)$  равен: а) 81; б) 9; в) 13

05. Указать вектор, коллинеарный вектору  $b = (6, -4, 8)$ :

а) (3, 2, 4); б) (-12, 8, -16); в) (12, -8, -16)

06. Вектор  $b = (2, -4, 6)$  перпендикулярен вектору:

а) (2, -4, 2); б) (-1, 8, 6); в) (4, 8, 4)

07. Скалярный квадрат вектора  $b = (1, -3, 5)$  равен:

а) 35; б) 18; в) 25

08. Скалярное произведение векторов  $a = (1, -3, 5)$  и

$b = (0, -4, 4)$  равно: а) 33; б) 32; в) 31

09. Модуль векторного произведения векторов

$a = (1, -2, 4)$  и  $b = (0, -5, 5)$  равен:

а) 15; б) 15; в)

10. Векторное произведение векторов  $a = (2, -4, 2)$  и  $b = (-1, 3, -4)$  имеет координаты:

а)  $(10, -6, 2)$ ; б)  $(-5, 3, 1)$ ; в)  $(10, 6, 2)$

11. Смешанное произведение векторов  $a = (2, -3, 1)$ ,  $b = (1, 1, 2)$  и  $c = (3, 1, -1)$  равно: а) 28; б) 30; в) -29

12. Уравнение плоскости, проходящей через три точки

$A(1, -1, 4)$ ;  $B(2, 5, 4)$ ;  $C(0, 3, 4)$  имеет вид:

а)  $x - y + z + 1 = 0$ ; б)  $z - 4 = 0$ ; в)  $y + z = 0$

13. Уравнение плоскости, заданной точкой  $M(0, 2, -4)$  и нормальным вектором  $n = (1, 2, 3)$  имеет вид:

а)  $x + 2y + 3z + 8 = 0$ ; б)  $x + 2y + z = 0$ ; в)  $2y + 3z + 1 = 0$

14. Производная функции  $y = \cos 3x$  равна:

а)  $\sin 3x$ ; б)  $-3 \sin x$ ; в)  $-3 \sin 3x$

15. Вторая производная  $y''$  функции  $y = \sin 2x$  в точке равна: а) -4; б) 4; в) 0.

16. Если  $A(2, -1, 4)$ ;  $B(2, 7, -3)$ , то вектор имеет координаты: а)  $(0, -8, 7)$ ; б)  $(0, 8, -1)$ ; в)  $(0, 8, -7)$

17. Сумма векторов  $a = (2, -4, 2)$  и  $b = (-1, 3, -4)$  имеет координаты: а)  $(1, -7, 6)$ ; б)  $(1, -1, -2)$ ; в)  $(1, 1, 2)$

18. Если  $a = (2, -4, 2)$ ,  $b = (-1, 3, -4)$ , то разность  $a - b$  имеет координаты: а)  $(1, -7, 6)$ ; б)  $(3, -7, 6)$ ; в)  $(3, 1, -6)$

19. Расстояние между точками  $A(3, 1, 5)$  и  $B(3, 7, -3)$

равно: а) 5; б) 8; в) 10.

20. Середина отрезка  $AB$ , где  $A(3, 5, 5)$  и  $B(5, -9, 3)$

имеет координаты а)  $(4, -2, 4)$ ; б)  $(8, -4, 8)$ ; в)  $(2, 4, -2)$

Текущий контроль 1

1. Дана вектор-функция  $r = (t^2, 2t^3, 3t^2)$ . Скалярное произведение  $(r', r')$  в точке  $t = 1$  равно...

а) 102; б) 76; в) 112

2. Модуль производной от вектор-функции

$r = (6\cos t, 6\sin t, 8t)$  равен:

а) 8; б) 10; в) 16

3. Вектор касательной к кривой, заданной вектор-функцией  $r = (2t^2, t^2 - 3, 2t^3 - 1)$  в точке  $M(2, -2, 1)$  имеет координаты...

а)  $(4, 2, 6)$ ; б)  $(8, -4, 6)$ ; в)  $(8, 4, 12)$

4. Главная нормаль кривой перпендикулярна плоскости:

а) нормальной, б) соприкасающейся

в) спрямляющей

5. Производная от вектор-функции

$r = (t^2 + 3, t^2 + 1, t^3 - 2t^2)$  в точке  $t = 2$  есть вектор  $s$  с координатами ...

а)  $(4, 4, 4)$ ; б)  $(2, 4, 12)$ ; в)  $(4, 2, 8)$

6. Для вектор-функции  $r = (t^2, t^2 - 2, 4t + 6)$  модуль вектора первой производной в точке  $t = 4$  равен:

а) 16

б) 12

в) 8

7. Если в каждой точке кривой  $r = r(t)$  кривизна и кручение постоянны и не равны нулю, то эта кривая является:

а) прямой; б) плоской; в) винтовой

8. Если дана вектор-функция  $r = (t^4, 2t^3, t^2)$ , то векторное произведение  $[r', r']$  в точке  $t = 1$  имеет координаты:

а)  $(-12, 16, -24)$ ; б)  $(12, 16, 24)$ ; в)  $(12, -8, -16)$

9. Если дана вектор-функция  $r = (t^3, -3t, 2t^4)$ , то смешанное произведение  $(r', r'', r''')$  в точке  $t = 1$  равно:

а) 423; б) -432; в) 432

10. Уравнение соприкасающейся плоскости кривой

- а)  $8x - y + 3z + 5 = 0$       б)  $4x - 3y + z - 9 = 0$   
 в)  $8x - 9y + 3z - 9 = 0$

## Текущий контроль 2

01. В любой точке эллипсоида индикатриса Дюпена представляет собой:

- а) эллипс  
 б) пару параллельных прямых  
 в) пару сопряженных гипербол

02. В любой точке однополостного гиперболоида индикатриса Дюпена представляет собой:

- а) эллипс  
 б) пару параллельных прямых  
 в) пару сопряженных гипербол

03. Длина дуги кривой, заданной вектор-функцией  $r = (2t^2, 2t^2 - 2, t^2 + 8)$  между точками  $A(t=0)$  и  $B(t=1)$  равна...

- а) 4  
 б) 3  
 в) 8

04. В любой точке эллиптического цилиндра индикатриса Дюпена представляет собой:

- а) эллипс  
 б) пару параллельных прямых  
 в) пару сопряженных гипербол

05. Если в каждой точке пространственной линии  $r = r(t)$  кручение равно нулю, то эта линия называется...

- а) плоской;  
 б) геодезической  
 в) прямой

06. Если в каждой точке пространственной линии  $r = r(t)$  кривизна равна нулю, то эта линия называется...

- а) плоской;  
 б) геодезической  
 в) прямой

07. Первая квадратичная форма поверхности

$r = (3\cos v, 3\sin v, u)$  имеет вид...

- а)  $du^2 + 9dv^2$   
 б)  $du^2 + 3dv^2$   
 в)  $6du^2 + 9dv^2$

08. Все точки двуполостного гиперболоида являются...

- а) гиперболическими  
 б) параболическими  
 в) эллиптическими

09. Все точки сферы являются...

- а) параболическими  
 б) омбилическими  
 в) эллиптическими

10. Если в каждой точке поверхности средняя кривизна  $H$  равна нулю, то эта поверхность называется...

- а) гладкой  
 б) плоскостью  
 в) минимальной

## Критерии оценки

Обучающийся обнаружил всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно-программного материала, умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой, усвоил основную литературу и знаком с дополнительной литературой, рекомендованной программой дисциплины, усвоил взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии, проявил творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала. «отлично», 84-100%, повышенный уровень

Обучающийся обнаружил полное знание учебно-программного материала, успешно выполнил предусмотренные программой задания, усвоил основную литературу, рекомендованную программой дисциплины, показал систематический характер знаний по дисциплине. При защите студент представляет грамотное изложение учебного материала по существу; отсутствуют существенные неточности в формулировании понятий и определений; допускает отдельные неточности и пробелы в знаниях и (или) при решении задачи допущены незначительные ошибки, приведшие к неверному ответу. «хорошо», 66-83%,

пороговый уровень



Обучающийся обнаружил знание основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, справился с выполнением заданий, предусмотренных программой, знаком с основной литературой, рекомендованной программой дисциплины, допускает неточности, непоследовательность в изложении материала, затрудняется применить знания к решению задачи, но обладает необходимыми знаниями для их устранения под руководством. «удовлетворительно»,

50-65%, пороговый уровень

Обучающийся обнаружил значительные пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допустил принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий. На защите курсовой работы студент не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки при его изложении, не умеет выделить главное и сделать вывод; приводит ошибочные определения; ни один вопрос не рассмотрен до конца, наводящие вопросы не помогают. «неудовлетворительно»,

менее 50%,

уровень не сформирован

Контрольная работа №1

ВАРИАНТ 1.

1. Написать уравнения всех компонент сопровождающего трехгранника кривой  $2y = x^2$ ,  $z = 8y^2$  в точке  $(-1, 1/2, 2)$  и вычислить кривизну и кручение кривой в этой точке.

2. Доказать, что все нормальные плоскости кривой

$$x = \cos t, y = \sin t, z = 2 \sin(t/2)$$

проходят через точку  $M(-1, 0, 0)$ .

ВАРИАНТ 2.

1. Написать уравнения всех компонент сопровождающего трехгранника кривой  $r = (t^3/6 + 2/3, 2t^2, 1-3t^2)$  в точке  $t = 2$  и вычислить кривизну и кручение кривой в этой точке.

2. Доказать, что все главные нормали кривой  $y = \sin x$ ,  $z = -\cos x$  во всех точках параллельны плоскости  $Yoz$ .

ВАРИАНТ 3.

1. Написать уравнения всех компонент сопровождающего трехгранника кривой  $x^2 = z$ ,  $2xy = z^2$  в точке  $M(2, 4, 4)$ . Найти кривизну и кручение кривой в этой точке.

2. Доказать, что бинормали кривой  $r = (t^3 - t^2, 2t^3, t^2 - 1)$  во всех точках параллельны плоскости  $x + 4y + z + 2 = 0$ .

ВАРИАНТ 4.

1. Написать уравнения всех компонент сопровождающего трехгранника кривой  $x = t^3 - t^2$ ,  $y = 2t^3$ ,  $z = t^2 - 1$  в точке  $M(4, 16, 3)$ . Найти кривизну и кручение кривой в этой точке.

2. В каких точках кривой  $r = (t, t^3/2, t^2)$  бинормали параллельны плоскости

$$x - 36y + 2z + 1 = 0 ?$$

Контрольная работа №2

Вариант 1.

Дана поверхность  $r = (\cos v + u \sin v, -\sin v + u \cos v, v)$

а) Написать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности в точке  $A(u=2, v=0)$ .

б) Найти угол между кривыми  $u - 2v + 7 = 0$  и  $3u + v = 0$

в) Найти полную и среднюю кривизну поверхности в точке  $A(u=2, v=0)$ .

Вариант 2.

Дана поверхность:

$$r = (\cos u - v \sin u; \sin u + v \cos u; u + v)$$

а) Написать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности в точке  $M(u=0; v=3)$

б) Найти угол между кривыми  $2u+v-10=0$  и  $u-2v=0$  на этой поверхности.

в) Найти полную и среднюю кривизну поверхности в точке  $M(u=0; v=3)$

Вариант 3.

Дана поверхность:  $r = (2\cos u - v \sin u; 2\sin u + v \cos u; u^2)$

а) Написать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности в точке  $M(u=0; v=6)$

б) Найти угол между кривыми  $3u-v+10=0$  и  $2u+v=0$  на этой поверхности.

в) Найти полную и среднюю кривизну поверхности в точке  $M(u=0; v=6)$

Вариант 4.

Дана поверхность:  $r = (u \cos v - \sin v; \cos v + u \sin v; 2u)$

а) Написать уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности в точке  $M(u=4; v=0)$

б) Найти угол между кривыми  $u-v=0$  и  $3u+4v-14=0$  на этой поверхности.

в) Найти полную и среднюю кривизну поверхности в точке  $M(u=4; v=0)$ .

Критерии оценки

Правильно выполнены все задания. Продемонстрирован высокий уровень владения материалом. Проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий. «отлично», 84-100%, повышенный уровень

Правильно выполнена большая часть заданий. Присутствуют незначительные ошибки. Продемонстрирован хороший уровень владения материалом. Проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий. «хорошо», 66-83%, пороговый уровень

пороговый уровень

Задания выполнены более чем наполовину. Присутствуют серьезные ошибки. Продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных

заданий. «удовлетворительно»,  
50-65%, пороговый уровень  
Задания выполнены менее чем наполовину. Продемонстрирован неудовлетворительный уровень владения материалом.  
Проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.  
«неудовлетворительно»,  
менее 50%,  
уровень не сформирован

### 5.3. Темы письменных работ (эссе, рефераты, курсовые работы и др.)

Письменные работы по данной дисциплине не предусмотрены

### 5.4. Оценочные средства для промежуточной аттестации

Вопросы к экзамену 5 семестр.

1. Вектор-функция скалярного аргумента. Предел вектор-функции. Свойства пределов
2. Производная вектор-функции. Техника дифференцирования.
3. Кривая. Естественная параметризация кривой. Формулы Френе
4. Сопровождающий трехгранник кривой. Кривизна и кручение кривой. Винтовые линии.
5. Вектор-функция двух скалярных аргументов. Частные производные. Поверхность
6. Криволинейные координаты на поверхности..
7. Касательная плоскость и нормаль к поверхности
8. Первая квадратичная форма.
9. Вычисление длины дуги, угла между кривыми и площади куска поверхности.
10. Формула Менье.
11. Вторая квадратичная форма
12. Кривизна кривой на поверхности.
13. Индикатриса Дюпена
14. Классификация точек на поверхности
15. Главные направления на поверхности
16. Линии кривизны на поверхности.
17. Полная и средняя кривизна поверхности

Вопросы к экзамену 6 семестр.

1. Метрические пространства. Примеры метрических пространств.
2. Открытые множества в метрическом пространстве.
3. Свойства открытых множеств
4. Топологические пространства. Примеры топологических пространств.
5. Сравнение топологий.
6. Замкнутые множества и их свойства
7. Окрестность. Теорема об окрестности
8. Замыкание множества. Свойства замыкания
9. Внутренность множества. Свойства внутренности.
10. Критерий замкнутости множества
11. Теоремы о замыкании
- 12.. Предельные точки. Совершенные множества.
13. База топологии. Теорема о базе. Свойства базы.
14. Предбаза топологии. Построение топологии по предбазе.
15. Теорема Линделефа
16. Линделефовы пространства.
17. Индуцированная топология и подпространства. Связные пространства.
18. Сепарабельные пространства. Критерий сепарабельности.
19. Пример сепарабельного пространства, не обладающего счетной базой.
20. Аксиомы отделимости. Хаусдорфовы, регулярные и нормальные пространства.
21. . Бикompактные пространства. Критерий бикompактности.
22. Непрерывные отображения. Критерий непрерывности. Гомеоморфизмы.
23. Многообразия. Классификация двумерных многообразий.
24. Эйлерова характеристика двумерного многообразия. Теорема Эйлера о многогранниках.

Критерии оценки

Обучающийся обнаружил всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно-программного материала, умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой, усвоил основную литературу и знаком с дополнительной литературой, рекомендованной программой дисциплины, усвоил взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии, проявил творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала. «отлично», 84-100%,  
повышенный уровень

программой задания, усвоил основную литературу, рекомендованную программой дисциплины, показал систематический характер знаний по дисциплине. При защите студент представляет грамотное изложение учебного материала по существу; отсутствуют существенные неточности в формулировании понятий и определений; допускает отдельные неточности и пробелы в знаниях и (или) при решении задачи допущены незначительные ошибки, приведшие к неверному ответу. «хорошо», 66-83%, пороговый уровень

Обучающийся обнаружил знание основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, справился с выполнением заданий, предусмотренных программой, знаком с основной литературой, рекомендованной программой дисциплины, допускает неточности, непоследовательность в изложении материала, затрудняется применить знания к решению задачи, но обладает необходимыми знаниями для их устранения под руководством. «удовлетворительно», 50-65%, пороговый уровень

Обучающийся обнаружил значительные пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допустил принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий. На защите курсовой работы студент не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки при его изложении, не умеет выделить главное и сделать вывод; приводит ошибочные определения; ни один вопрос не рассмотрен до конца, наводящие вопросы не помогают. «неудовлетворительно», менее 50%, пороговый уровень не сформирован

## 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### 6.1. Рекомендуемая литература

#### 6.1.1. Основная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Эл. адрес
Л1.1	Подран В.Е.	Элементы топологии: учебное пособие	Санкт-Петербург: Лань, 2008	
Л1.2	Деев М.Е.	Дифференциальная геометрия и топология: учебно-методическое пособие для студентов- бакалавров, обучающихся по направлению 010301 математика	Горно-Алтайск: РИО ГАГУ, 2014	<a href="http://elib.gasu.ru/index.php?option=com_abook&amp;view=book&amp;id=259:differentsialnaya-geometriya-i-topologiya&amp;catid=5:mathematics&amp;Itemid=163">http://elib.gasu.ru/index.php?option=com_abook&amp;view=book&amp;id=259:differentsialnaya-geometriya-i-topologiya&amp;catid=5:mathematics&amp;Itemid=163</a>

#### 6.1.2. Дополнительная литература

	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Эл. адрес
Л2.1	Рашевский П.К.	Курс дифференциальной геометрии: учебник	Москва: Едиториал УРСС, 2003	

### 6.3.1 Перечень программного обеспечения

6.3.1.1	7-Zip
6.3.1.2	
6.3.1.3	Adobe Reader
6.3.1.4	MS Office
6.3.1.5	GeoGebra
6.3.1.6	WinDjView
6.3.1.7	Google Chrome
6.3.1.8	Kaspersky Endpoint Security для бизнеса СТАНДАРТНЫЙ
6.3.1.9	MS WINDOWS
6.3.1.10	Moodle
6.3.1.11	NVDA

### 6.3.2 Перечень информационных справочных систем

6.3.2.1	Межвузовская электронная библиотека
6.3.2.2	Электронно-библиотечная система IPRbooks
6.3.2.3	База данных «Электронная библиотека Горно-Алтайского государственного университета»

## 7. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

	лекция-визуализация	
	проблемная лекция	
	конференция	
	ситуационное задание	

#### 8. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Номер аудитории	Назначение	Основное оснащение
206 Б1	Кабинет методики преподавания математики. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации	Ученическая доска, интерактивная доска, экран, проектор, компьютер, посадочные места обучающихся (по количеству обучающихся), рабочее место преподавателя
209 Б1	Компьютерный класс. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. Помещение	Рабочее место преподавателя. Посадочные места обучающихся (по количеству обучающихся). Маркерная ученическая доска, экран, мультимедиапроектор, компьютеры с доступом в Интернет

#### 9. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Методические указания по освоению дисциплин (модулей)

Лекции, с одной стороны – это одна из основных форм учебных занятий в высших учебных заведениях, представляющая собой систематическое, последовательное устное изложение преподавателем определенного раздела конкретной науки или учебной дисциплины, с другой – это особая форма самостоятельной работы с учебным материалом. Лекция не заменяет собой книгу, она только подталкивает к ней, раскрывая тему, проблему, выделяя главное, существенное, на что следует обратить внимание, указывает пути, которым нужно следовать, добиваясь глубокого понимания поставленной проблемы, а не общей картины.

Работа на лекции – это сложный процесс, который включает в себя такие элементы как слушание, осмысление и собственно конспектирование. Для того, чтобы лекция выполнила свое назначение, важно подготовиться к ней и ее записи еще до прихода преподавателя в аудиторию. Без этого дальнейшее восприятие лекции становится сложным. Лекция в университете рассчитана на подготовленную аудиторию. Преподаватель излагает любой вопрос, ориентируясь на те знания, которые должны быть у студентов, усвоивших материал всех предыдущих лекций. Важно научиться слушать преподавателя во время лекции, поддерживать непрерывное внимание к выступающему.

Однако, одного слушания недостаточно. Необходимо фиксировать, записывать тот поток информации, который сообщается во время лекции – научиться вести конспект лекции, где формулировались бы наиболее важные моменты, основные положения, излагаемые лектором. Для ведения конспекта лекции следует использовать тетрадь. Ведение конспекта на листочках не рекомендуется, поскольку они не так удобны в использовании и часто теряются. При оформлении конспекта лекции необходимо оставлять поля, где студент может записать свои собственные мысли, возникающие параллельно с мыслями, высказанными лектором, а также вопросы, которые могут возникнуть в процессе слушания, чтобы получить на них ответы при самостоятельной проработке материала лекции, при изучении рекомендованной литературы или непосредственно у преподавателя в конце лекции. Составляя конспект лекции, следует оставлять значительный интервал между строчками. Это связано с тем, что иногда возникает необходимость вписать в первоначальный текст лекции одну или несколько строчек, имеющих принципиальное значение и почерпнутых из других источников. Расстояние между строками необходимо также для подчеркивания слов или целых групп слов (такое подчеркивание вызывается необходимостью привлечь внимание к данному месту в тексте при повторном чтении). Обычно подчеркивают определения, выводы.

Также важно полностью без всяких изменений вносить в тетрадь схемы, таблицы, чертежи и т.п., если они предполагаются в лекции. Для того, чтобы совместить механическую запись с почти дословным фиксированием наиболее важных положений, можно использовать системы условных сокращений. В первую очередь сокращаются длинные слова и те, что повторяются в речи лектора чаще всего. При этом само сокращение должно быть по возможности кратким.

Семинарские (практические) занятия Самостоятельная работа студентов по подготовке к семинарскому (практическому) занятию должна начинаться с ознакомления с планом семинарского (практического) занятия, который включает в себя вопросы, выносимые на обсуждение, рекомендации по подготовке к семинару (практическому занятию), рекомендуемую литературу к теме. Изучение материала следует начать с просмотра конспектов лекций. Восстановив в памяти материал, студент приводит в систему основные положения темы, вопросы темы, выделяя в ней главное и новое, на что обращалось внимание в лекции. Затем следует внимательно прочитать соответствующую главу учебника.

Для более углубленного изучения вопросов рекомендуется конспектирование основной и дополнительной литературы. Читая рекомендованную литературу, не стоит пассивно принимать к сведению все написанное, следует анализировать текст, думать над ним, этому способствуют записи по ходу чтения, которые превращают чтение в процесс. Записи могут

вестись в различной форме: развернутых и простых планов, выписок (тезисов), аннотаций и конспектов. Подобрать, отработать материал и усвоить его, студент должен начать непосредственную подготовку своего выступления на семинарском (практическом) занятии для чего следует продумать, как ответить на каждый вопрос темы. По каждому вопросу плана занятий необходимо подготовиться к устному сообщению (5-10 мин.), быть готовым принять участие в обсуждении и дополнении докладов и сообщений (до 5 мин.).

Выступление на семинарском (практическом) занятии должно удовлетворять следующим требованиям: в нем излагаются теоретические подходы к рассматриваемому вопросу, дается анализ принципов, законов, понятий и категорий; теоретические положения подкрепляются фактами, примерами, выступление должно быть аргументированным.

Лабораторные работы являются основными видами учебных занятий, направленными на экспериментальное (практическое) подтверждение теоретических положений и формирование общепрофессиональных и профессиональных компетенций. Они составляют важную часть теоретической и профессиональной практической подготовки.

В процессе лабораторной работы как вида учебного занятия студенты выполняют одно или несколько заданий под руководством преподавателя в соответствии с изучаемым содержанием учебного материала.

При выполнении обучающимися лабораторных работ значимым компонентом становятся практические задания с использованием компьютерной техники, лабораторно - приборного оборудования и др. Выполнение студентами лабораторных работ проводится с целью: формирования умений, практического опыта (в соответствии с требованиями к результатам освоения дисциплины, и на основании перечня формируемых компетенций, установленными рабочей программой дисциплины), обобщения, систематизации, углубления, закрепления полученных теоретических знаний, совершенствования умений применять полученные знания на практике.

Состав заданий для лабораторной работы должен быть спланирован с расчетом, чтобы за отведенное время они могли быть выполнены качественно большинством студентов.

При планировании лабораторных работ следует учитывать, что в ходе выполнения заданий у студентов формируются умения и практический опыт работы с различными приборами, установками, лабораторным оборудованием, аппаратурой, программами и др., которые могут составлять часть профессиональной практической подготовки, а также исследовательские умения (наблюдать, сравнивать, анализировать, устанавливать зависимости, делать выводы и обобщения, самостоятельно вести исследование, оформлять результаты).

Выполнению лабораторных работ предшествует проверка знаний студентов - их теоретической готовности к выполнению задания.

Формы организации студентов при проведении лабораторных работ: фронтальная, групповая и индивидуальная. При фронтальной форме организации занятий все студенты выполняют одновременно одну и ту же работу. При групповой форме организации занятий одна и та же работа выполняется группами по 2 - 5 человек. При индивидуальной форме организации занятий каждый студент выполняет индивидуальное задание.

Текущий контроль учебных достижений по результатам выполнения лабораторных работ проводится в соответствии с системой оценивания (рейтинговой, накопительной и др.), а также формами и методами (как традиционными, так и инновационными, включая компьютерные технологии), указанными в рабочей программе дисциплины (модуля). Текущий контроль проводится в пределах учебного времени, отведенного рабочим учебным планом на освоение дисциплины, результаты заносятся в журнал учебных занятий.

Объем времени, отводимый на выполнение лабораторных работ, планируется в соответствии с учебным планом ОПОП. Перечень лабораторных работ в РПД, а также количество часов на их проведение должны обеспечивать реализацию требований к знаниям, умениям и практическому опыту студента по дисциплине (модулю) соответствующей ОПОП. Самостоятельная работа обучающихся – это планируемая учебная, учебно-исследовательская, научно-исследовательская работа, выполняемая во внеаудиторное время по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия.

Объем самостоятельной работы определяется учебным планом основной профессиональной образовательной программы (ОПОП), рабочей программой дисциплины (модуля).

Самостоятельная работа организуется и проводится с целью формирования компетенций, понимаемых как способность применять знания, умения и личностные качества для успешной практической деятельности, в том числе:

- формирования умений по поиску и использованию нормативной, правовой, справочной и специальной литературы, а также других источников информации;
- качественного освоения и систематизации полученных теоретических знаний, их углубления и расширения по применению на уровне межпредметных связей;
- формирования умения применять полученные знания на практике (в профессиональной деятельности) и закрепления практических умений обучающихся;
- развития познавательных способностей, формирования самостоятельности мышления обучающихся;
- совершенствования речевых способностей обучающихся;
- формирования необходимого уровня мотивации обучающихся к систематической работе для получения знаний, умений и владений в период учебного семестра, активности обучающихся, творческой инициативы, самостоятельности, ответственности и организованности;
- формирования способностей к саморазвитию (самопознанию, самоопределению, самообразованию, самосовершенствованию, самореализации и саморегуляции);
- развития научно-исследовательских навыков;
- развития навыков межличностных отношений.

К самостоятельной работе по дисциплине (модулю) относятся: проработка теоретического материала дисциплины (модуля); подготовка к семинарским и практическим занятиям, в т.ч. подготовка к текущему контролю успеваемости обучающихся (текущая аттестация); подготовка к лабораторным работам; подготовка к промежуточной аттестации (зачётам, экзаменам).

Виды, формы и объемы самостоятельной работы обучающихся при изучении дисциплины (модуля) определяются:

- содержанием компетенций, формируемых дисциплиной (модулем);

- спецификой дисциплины (модуля), применяемыми образовательными технологиями;
- трудоемкостью СР, предусмотренной учебным планом;
- уровнем высшего образования (бакалавриат, специалитет, магистратура, аспирантура), на котором реализуется ОПОП;
- степенью подготовленности обучающихся.

Курсовая работа является самостоятельным творческим письменным научным видом деятельности студента по разработке конкретной темы. Она отражает приобретенные студентом теоретические знания и практические навыки. Курсовая работа выполняется студентом самостоятельно под руководством преподавателя.

Курсовая работа, наряду с экзаменами и зачетами, является одной из форм контроля (аттестации), позволяющей определить степень подготовленности будущего специалиста. Курсовые работы защищаются студентами по окончании изучения указанных дисциплин, определенных учебным планом.

Оформление работы должно соответствовать требованиям. Объем курсовой работы: 25–30 страниц. Список литературы и Приложения в объем работы не входят. Курсовая работа должна содержать: титульный лист, содержание, введение, основную часть, заключение, список литературы, приложение (при необходимости). Курсовая работа подлежит рецензированию руководителем курсовой работы. Рецензия является официальным документом и прикладывается к курсовой работе.

Тематика курсовых работ разрабатывается в соответствии с учебным планом. Руководитель курсовой работы лишь помогает студенту определить основные направления работы, очертить её контуры, указывает те источники, на которые следует обратить главное внимание, разъясняет, где отыскать необходимые книги.

Составленный список источников научной информации, подлежащий изучению, следует показать руководителю курсовой работы.

Курсовая работа состоит из глав и параграфов. Вне зависимости от решаемых задач и выбранных подходов структура работы должна содержать: титульный лист, содержание, введение, основную часть; заключение; список литературы; приложение(я).

Во введении необходимо отразить: актуальность; объект; предмет; цель; задачи; методы исследования; структура работы.

Основную часть работы рекомендуется разделить на 2 главы, каждая из которых должна включать от двух до четырех параграфов.

Содержание глав и их структура зависит от темы и анализируемого материала.

Первая глава должна иметь обзорно–аналитический характер и, как правило, является теоретической.

Вторая глава по большей части раскрывает насколько это возможно предмет исследования. В ней приводятся практические данные по проблематике темы исследования.

Выводы оформляются в виде некоторого количества пронумерованных абзацев, что придает необходимую стройность изложению изученного материала. В них подводятся итог проведённой работы, непосредственно выводы, вытекающие из всей работы и соответствующие выявленным проблемам, поставленным во введении задачам работы; указывается, с какими трудностями пришлось столкнуться в ходе исследования.

Правила написания и оформления курсовой работы регламентируются Положением о курсовой работе (проекте), утвержденным решением Ученого совета ФГБОУ ВО ГАГУ от 27 апреля 2017 г.